

# **MODELOS DE DURACIÓN Y GESTIÓN DEL RIESGO DE INTERÉS: ¿UN PROBLEMA DE DIMENSIÓN?**

**Gloria M. Soto**

**WP-EC 2002-13**

Correspondencia a: Gloria M. Soto. Dpto. de Economía Aplicada, Universidad de Murcia, Campus de Espinardo, 30100 Murcia. Tel. 968 363 742. Fax 968 363 745. E-mail: [gsoto@um.es](mailto:gsoto@um.es)

Editor: Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas, S.A.

Primera Edición Junio 2002

Depósito Legal: V-2068-2002

Los documentos de trabajo del IVIE ofrecen un avance de los resultados de las investigaciones económicas en curso, con objeto de generar un proceso de discusión previo a su remisión a las revistas científicas.

# MODELOS DE DURACIÓN Y GESTIÓN DEL RIESGO DE INTERÉS: ¿UN PROBLEMA DE DIMENSIÓN?

Gloria M. Soto

## RESUMEN

Los modelos de duración han experimentado una profunda revisión en los últimos años que ha dado lugar a la coexistencia de numerosos enfoques para la gestión de carteras de renta fija. El objetivo de este trabajo es cubrir la carencia de un estudio comparativo entre los principales modelos, analizando su capacidad para inmunizar carteras de renta fija. Nuestra investigación se centra en un mercado que ha experimentado intensos desplazamientos de la curva de tipos, el mercado español de deuda pública. Los resultados evidencian que la comparativa con el modelo de duración tradicional que habitualmente se lleva a cabo en la investigación aplicada es poco exigente; que el número de fuentes de riesgo ante las que se inmunizan las carteras resulta más crucial para los resultados que la elección de uno u otro modelo de los analizados y, finalmente, que las estrategias que inmunizan con respecto a tres fuentes de riesgo procuran las más altas cotas de inmunización que pueden conseguirse.

**Palabras clave:** inmunización, duración, tipos de interés, gestión de riesgos, renta fija

## ABSTRACT

The group of duration models has grown rapidly during last years, offering many new approaches for interest rate risk management in delta or delta-gamma frameworks. This paper attempts to make up for the lack of empirical evidence concerning the performance of some of the most realistic duration models in interest rate risk management by analyzing their effectiveness to immunize fixed income portfolios. To this end, the paper focuses on a major European market that has registered intense interest rate shifts during the nineties, the Spanish government debt market. Our results show that (i) traditional immunization is easily surpassed by more realistic strategies; (ii) the number of risk factors has a greater influence on the result than the particular model chosen; and (iii) three-factor immunization strategies offer the highest immunization benchmarks.

**Key words:** immunization, duration, interest rate, risk management, fixed income

**JEL classification:** E43; G11

## 1. Introducción

Desde hace décadas, los modelos de duración constituyen la base para la gestión de carteras de renta fija. Sujetos a frecuentes críticas y reelaboraciones, el panorama que estos modelos ofrecen en la actualidad se caracteriza por la diversidad. La ausencia de un paradigma obliga a los académicos y a los profesionales a recurrir al modelo de duración tradicional cuando son preguntados por lo que se entiende por duración y convexidad cuando, por contra, el estado actual de la investigación y la práctica financiera es bien diferente: el carácter multifactorial del riesgo de interés es un hecho más que reconocido y la duración ha ido desvinculándose de su interpretación como elasticidad para integrarse en enfoques *delta* y *delta-gamma* para la gestión de riesgos<sup>1</sup>.

La gran cantidad de modelos de duración disponibles en la actualidad<sup>2</sup>, sin embargo, no ha propiciado la aparición de estudios comparativos. Mientras que hasta la década de los ochenta era habitual someter a examen simultáneamente un número significativo de modelos de duración, combinándose incluso modelos teóricos (o de duraciones estocásticas) y empíricos, a partir de los noventa esta forma de proceder se perdió. Consecuentemente, las investigaciones constituyen una sucesión de propuestas o adaptaciones en donde, en el caso en que se lleve a cabo algún análisis empírico en materia de inmunización o de coberturas, el término comparativo de los nuevos modelos sigue siendo el modelo de duración tradicional, en algún caso ampliado por las prescripciones de minimización del riesgo de inmunización de Fong y Vasicek (1984).

Por todo ello, la tarea a la que nos enfrentamos en esta investigación está en saber si, a efectos de la inmunización, existen diferencias significativas entre los modelos que gozan en la actualidad de mayor aceptación entre los gestores de carteras de renta fija o si, por contra, el elemento que más discrimina los resultados es el número de fuentes de riesgo ante las que se inmunizan las carteras.

---

<sup>1</sup> Sin ir más lejos, en la propuesta de *RiskMetrics* para el cálculo del Valor en Riesgo en instrumentos con reducida no linealidad (como es el caso de los bonos, futuros o swaps) las deltas obtenidas para instrumentos de renta fija con el último procedimiento de *mapping* (véase Mina, 1999) coinciden con las duraciones parciales (o *key-rate durations*, KRD) de Reitano (1992, 1996), Ho (1992) y Ho y otros (1996) si se eligen los mismos *keyrates* (o tipos-vértice).

<sup>2</sup> Una revisión detallada de la investigación relativa a los modelos de duración se encuentra en Soto (2001b).

Los modelos de duración que se someten a examen pueden organizarse en dos grupos en función de la estrategia que siguen para ajustar los desplazamientos de la curva de tipos<sup>3</sup>: modelos de duraciones paramétricas y modelos de duraciones direccionales.

Denominamos modelos de *duraciones paramétricas* a aquéllos que parten del uso de formas funcionales multiparamétricas para el ajuste de la curva de tipos y sus desplazamientos. Como representantes de este grupo consideraremos el modelo de *duraciones exponenciales* de Willner (1996) y Gómez (1999) y el de *duraciones polinomiales* de Chambers y Carleton (1988), Prisman y Shores (1988) y Nawalkha y Chambers (1997).

Por modelos de *duraciones direccionales* nos referimos a aquéllos que, a partir de la historia de los desplazamientos de la ETTI, tratan de identificar un número limitado de variables, observables o no, capaces de explicar con un suficiente grado de precisión tales desplazamientos. Los principales exponentes de los modelos de duraciones direccionales de variables observables, que nosotros denominamos de *tipos óptimos* ya que lo que se busca es, precisamente, la combinación de tipos que mejor explica los desplazamientos, serían los trabajos de Elton y otros (1990) y Navarro y Nave (1997, 2001). El caso de variables no observables vendría recogido por los *modelos de factores comunes*, que toman su nombre del hecho de que se recurre a la técnica estadística del análisis factorial para encontrar las direcciones del cambio de la curva de tipos en que basar el modelo de duraciones. Los principales trabajos que han propugnado este último enfoque han sido los de Litterman y Scheinkman (1991), Barber y Cooper (1996) y Bliss (1997).

Con el fin de ampliar el espectro de estrategias con que comparar los resultados de estos modelos, además de dos estrategias ingenuas y de la propia estrategia de inmunización tradicional, consideraremos también las carteras con mínima *M-Absoluta* propuestas por Nawalkha y Chambers (1996), y carteras tipo bullet y barbell inmunizadas según la duración tradicional debido a los excelentes resultados que han

---

<sup>3</sup> Las duraciones parciales no se han incluido en la contrastación por la estrecha dependencia de sus resultados del número y distribución de los tipos vértices considerados y por el hecho de que, cuando se emplean para la inmunización, tienden a generar un *cash-flow matching* a medida que mayor es el número de *keyrates*. Véase Hill y Vaysman (1998).

ofrecido en los trabajos de Fooladi y Roberts (1992), Bierwag y otros (1993) y Soto (2002).

Para nuestro análisis empírico hemos elegido el mercado español de deuda del Estado en el periodo 1992 a 1999. Los intensos desplazamientos que ha registrado la curva de tipos de este mercado confieren un especial interés a nuestros resultados en el campo de la inmunización.

La estructura de este trabajo es la siguiente. En la sección 2 ofrecemos una breve descripción de los datos empleados. En la sección 3 sometemos a examen individualizado los diferentes modelos de duraciones multifactoriales para después llevar a cabo una comparativa entre todos ellos que, por lo antes comentado, se extenderá a otras estructuras de cartera propuestas en la literatura sobre inmunización. La sección 4 recoge algunas de las conclusiones que se extraen de este trabajo y señala posibles líneas de investigación.

## **2. Descripción de los datos**

Nuestras simulaciones se enmarcan en el mercado español de deuda pública en el periodo 1992 a 1999. El mercado y el periodo seleccionado resultan de gran atractivo para analizar la capacidad inmunizadora de los modelos de duración, ya que la curva de tipos española ha sufrido intensos desplazamientos durante un periodo en el que, además, se han ido alternando periodos de elevada inestabilidad (crisis del SME de 1992 y 1993 y de los mercados internacionales de deuda en 1994) con otros de acusada estabilidad, así como alzas y descensos del nivel de tipos.

Entre los extremos del periodo, el nivel de la ETTI sufrió una intensa reducción que, como media para el conjunto de plazos, se cifra en 5.66 pp.. El descenso de los tipos de interés fue decreciente con el plazo, alcanzando un máximo de 8.14 pp. para los tipos a muy corto plazo y un mínimo rondando los 4.5 pp. para los plazos superiores a 10 años, en lógica consonancia con el paso de una curva de tipos inicialmente con pendiente negativa a una con pendiente positiva.

Hemos considerado inapropiado ampliar el periodo de referencia a los años anteriores a 1992 por el hecho de que la liquidez del segmento a medio y largo plazo del mercado resultaba insuficiente para confiar en la representatividad de los precios de la

deuda. Ello ha dado lugar a la elección de un periodo temporal reducido en relación con el que suele considerarse en otras investigaciones, lo que afecta de una forma determinante a nuestros horizontes de planificación.

La base de datos empleada en este trabajo está formada por los precios de las compraventas simples al contado de Bonos y Obligaciones del Estado, los tipos de interés de las simultáneas sobre estos instrumentos a plazo típico de una semana y las estimaciones de los tipos cupón cero del mercado de deuda obtenidas por el método de Nelson y Siegel (1987)<sup>4</sup>.

Dado que el grado de liquidez de las distintas referencias de deuda puede llegar a ser muy diferente, hemos prestado especial atención al proceso de selección de los Bonos y Obligaciones llamados a integrarse en las carteras. Así, es de destacar que la lista de bonos elegibles varía de semestre a semestre natural en función de la evolución del grado de liquidez de los títulos. Por ello, los bonos que integran las carteras al principio y al final de cada horizonte de planificación suelen diferir, en mayor medida cuanto mayor es la amplitud del horizonte de planificación. No obstante, todas las estrategias han podido contar con los mismos bonos para formar sus carteras en cada momento del tiempo, por lo que la obtención de diferentes resultados no depende de esta cuestión.

La selección de los bonos que forman parte de la lista de elegibles de cada semestre se ha realizado atendiendo a dos criterios que establecen un mínimo en su grado de liquidez: (i) por una parte, se ha exigido que la negociación media a lo largo del semestre de los bonos elegidos *no sea inferior al 2.5%* de la operativa entre titulares con Bonos y Obligaciones y (ii) por otra, los bonos seleccionados han de cotizarse durante al menos *diez días en cada mes* del semestre. Una vez aplicado este doble filtro,

---

<sup>4</sup> La necesidad de contar con estimaciones de los tipos cupón cero es triple. En primer lugar, estos tipos definen los rendimientos objetivo o garantizados por las diferentes estrategias de inmunización. En segundo lugar, se requieren para calcular las tasas de descuento de los flujos de caja de las carteras a la hora de computar las duraciones y demás indicadores de riesgo. Por último, necesitamos cuantificar el desplazamiento experimentado por los tipos de interés como punto de partida de la aplicación de los modelos de duración ya que la diferencia entre ellos reside, precisamente, en la táctica empleada para ajustar los mismos.

La elección del método de Nelson y Siegel (1987) para extraer los tipos cupón cero frente a otras alternativas (ajuste polinomial de Chambers y otros (1984), splines polinomiales de McCulloch (1971, 1975), modelo de Svensson (1994), etc.) radica en su adecuado equilibrio entre eficacia y grado de complejidad del procedimiento de estimación. A este respecto, puede verse el trabajo de Núñez (1995). La elección es, por tanto, independiente de los modelos de duración que se analizan en este trabajo, si bien es un hecho que la función de Nelson y Siegel (1987) es la empleada en uno de ellos.

se han incluido ciertos bonos en determinados semestres de los que inicialmente quedaban excluidos si con ello se conseguía alguno de los siguientes dos objetivos: (i) que el periodo para el cual se selecciona cada bono no se vea interrumpido, y (ii) contar con un número suficiente de bonos en cada semestre para conformar las carteras.

Las referencias seleccionadas según este filtro se caracterizan por tener una única fecha de amortización, no incluir opciones de amortización, presentar cupones fijos y tener una amortización a la par; adicionalmente, algunos bonos presentan cadencia en el cobro de cupones.

La falta de liquidez de las referencias con un reducido periodo hasta la amortización ha provocado la ausencia de referencias a corto plazo en las listas de bonos elegibles, lo cual puede dificultar la constitución de las carteras inmunizadas<sup>5</sup>. Para evitar este inconveniente, hemos incluido un conjunto de bonos a corto plazo en las simulaciones. Nuestra elección se ha dirigido hacia lo que denominamos *bonos-vto*, esto es, hacia bonos con vencimiento muy cercano al final de los horizontes de planificación<sup>6</sup>, por las ventajas que la incorporación de este bono en las carteras han puesto de manifiesto Fooladi y Roberts (1993), Bierwag y otros (1993) y Soto (2002)

### **3. Inmunización en el mercado DPA**

En esta sección analizaremos la capacidad inmunizadora de los modelos de duraciones polinomiales, exponenciales, de tipos óptimos y de factores comunes. Con el fin de poder abarcar las particularidades de cada modelo, el análisis primeramente se realizará de una forma individualizada para, posteriormente, comparar simultáneamente el éxito alcanzado por los diferentes modelos. En esta comparativa se incorporarán, además, cinco estrategias adicionales consideradas en la investigación empírica, bien

---

<sup>5</sup> Como se argumenta en Soto (2002), cuanto menor es el horizonte de planificación remanente, mayor es el número de restricciones que se incorporan en los programas de inmunización y cuanto más similares son los bonos en los que puede invertirse, más difícil es diseñar una cartera que logre imitar la sensibilidad de un bono cupón cero de plazo corto exclusivamente a partir de bonos a medio y largo plazo.

<sup>6</sup> Nuestros *bonos-vto* verifican dos condiciones. En primer lugar, su vencimiento es posterior al final de cada horizonte de planificación con el fin de evitar que justamente cuando más se necesita el bono a corto plazo desaparezca de la lista de bonos elegibles. En segundo lugar, se ha establecido un límite máximo de un mes a la diferencia entre el vencimiento del *bono-vto* y el fin de los horizontes.

por su buen funcionamiento, bien por haber sido empleadas con cierta frecuencia como contrapartida de las estrategias basadas en la duración. En la Tabla 1 se presenta el conjunto de estrategias testadas en este trabajo.

**Tabla 1.** Definición de las estrategias de cartera

<i>Cartera</i>	<i>Descripción</i>
<i>Estrategias no basadas en la duración</i>	
<i>ingenua</i>	Cartera de todos los bonos
<i>vencim</i>	Cartera de todos los bonos con vencimiento medio igual al horizonte de planificación
<i>mmabs</i>	Bono con mínima <i>M-Absoluta</i>
<i>Estrategias basadas en la duración tradicional con estructura de cartera prefijada</i>	
<i>d1bullt</i>	Cartera inmunizada con la duración tradicional y con estructura bullet
<i>d1barb</i>	Cartera inmunizada con la duración tradicional y con estructura barbell
<i>Modelo de duraciones polinomiales</i>	
<i>polin1</i>	Cartera inmunizada con un vector de duraciones polinomiales de dimensión 1 (inmunización tradicional)
<i>polin2</i>	Cartera inmunizada con un vector de duraciones polinomiales de dimensión 2 (cartera inmunizada en el sentido tradicional y de <i>M-Cuadrado</i> nulo)
<i>polin3</i>	Cartera inmunizada con un vector de duraciones polinomiales de dimensión 3
<i>polin4</i>	Cartera inmunizada con un vector de duraciones polinomiales de dimensión 4
<i>polin5</i>	Cartera inmunizada con un vector de duraciones polinomiales de dimensión 5
<i>Modelo de duraciones exponenciales</i>	
<i>expon1</i>	Cartera inmuniz. con un vector de duraciones exponenciales de dimensión 1 (inmunización tradicional)
<i>expon2</i>	Cartera inmunizada con un vector de duraciones exponenciales de dimensión 2
<i>expon3</i>	Cartera inmunizada con un vector de duraciones exponenciales de dimensión 3
<i>expon4</i>	Cartera inmunizada con un vector de duraciones exponenciales de dimensión 4
<i>Modelo de tipos óptimos</i>	
<i>tipo1</i>	Cartera inmunizada con un vector de duraciones direccionales de 2 tipos óptimos de dimensión 1 (con respecto al tipo a corto o al tipo a largo).
<i>tipo2</i>	Cartera inmunizada con un vector de duraciones direccionales de 2 tipos óptimos de dimensión 2. (con respecto al tipo a corto y al tipo a largo).
<i>Modelo de factores comunes</i>	
<i>fact1</i>	Cartera inmunizada con un vector de duraciones direccionales de 3 factores comunes de dimensión 1.
<i>fact2</i>	Cartera inmunizada con un vector de duraciones direccionales de 3 factores comunes de dimensión 2.
<i>fact3</i>	Cartera inmunizada con un vector de duraciones direccionales de 3 factores comunes de dimensión 3.

En el primer bloque de estrategias, nos encontramos con tres programas no basados en medidas de duración. La estrategia ingenua (*ingenua*) y la de vencimiento (*vencim*) son las estrategias de menor grado de sofisticación. Forman carteras



compuestas por todos los bonos disponibles, en el primer caso sin imponer ninguna restricción sobre las duraciones o vencimientos y en el segundo exigiendo que el vencimiento medio de la cartera sea igual a la amplitud del horizonte remanente. La tercera estrategia, *mmabs*, es la propuesta por Nawalkha y Chambers (1996) y basada en la *M-Absoluta*, una medida de dispersión que compite con la *M-Cuadrado* de Fong y Vasicek (1984) y que se define para un bono como:

$$M-Absoluta = \frac{1}{P} \sum_{j=1}^v F_j |j - H| \exp[-\tau_j j] \quad [1]$$

donde  $P$  es el valor actual del bono,  $F_j$  para  $j=1, \dots, v$  representa la corriente de pagos futuros a que da derecho su tenencia,  $H$  es el horizonte de planificación remanente y  $\tau_j$  es el tipo cupón cero correspondiente al plazo  $j$  expresado en tasa de capitalización continua.

Siguiendo el programa definido por Nawalkha y Chambers, la estrategia *mmabs* elige la cartera con mínima *M-Absoluta* en donde no se permiten posiciones en corto. Evidentemente, este planteamiento nos lleva a concentrar toda la inversión en un sólo bono, aquél que presenta la mínima *M-Absoluta*.

En el segundo bloque, consideramos dos estrategias que inmunizan con la duración tradicional y que han mostrado excelentes resultados en los trabajos de Fooladi y Roberts (1992), Bierwag y otros (1993) y Soto (2002), en donde se analiza la influencia que la estructura de cartera tiene sobre los resultados de un programa de inmunización<sup>7</sup>. Siguiendo las mismas definiciones de estos autores, las carteras *dlbullt* son carteras inmunizadas con la duración tradicional compuestas exclusivamente por el bono con vencimiento más cercano al fin del horizonte de planificación (el *bono-vto*) y otro bono con duración estrictamente superior al fin del horizonte pero lo más cercana posible. Las carteras *dlbarb* son aquéllas inmunizadas en la forma tradicional y compuestas por el *bono-vto* y el bono con la mayor duración de la lista de bonos elegibles.

A continuación, la Tabla 1 recoge los cuatro modelos de duraciones multifactoriales que analizamos en este trabajo y que serán objeto de una exposición más detallada posteriormente. Baste ahora precisar, para un mayor entendimiento de la Tabla, que las estrategias de inmunización basadas en estos modelos serán

---

<sup>7</sup> Recuérdese que todas nuestras carteras tienen la posibilidad de incluir el *bono-vto*.

incrementales. Esto es, primero se parte de una sola fuente de riesgo ante la cual se inmuniza la cartera (vectores de duración de dimensión unitaria) para progresivamente ir inmunizando frente a riesgos adicionales.

Conviene también destacar aquí algunas cuestiones de interés que afectan a todas las estrategias o a una buena parte de ellas y que se refieren a la amplitud de los horizontes de planificación, la frecuencia de las reestructuraciones, el cómputo de las duraciones, la elección de las carteras y la medida que se empleará para cuantificar el error de inmunización.

Los horizontes de planificación considerados se ven limitados por la reducida amplitud del periodo abarcado en esta investigación, 1992-1999. En este sentido, con el fin de obtener un número significativo de observaciones para cada modelo, hemos considerado horizontes de uno, dos y tres años, que además se solapan salvo en un semestre. La opción de trabajar con periodos de diferente amplitud nos permite comprobar si a medida que aumenta el horizonte de planificación la inmunización con los modelos más sencillos es más efectiva y si, además, sucede lo mismo con los modelos más complicados, todo lo cual apoyaría el argumento de que la existencia de cierta compensación de los desplazamientos de la ETTI a lo largo del tiempo es uno de los factores que explican la mejora de los resultados de la inmunización cuanto mayor es el horizonte de planificación. Las fechas de inicio y fin de los horizontes se han hecho coincidir con miércoles para reducir al mínimo la posibilidad de elegir días festivos; concretamente, con los miércoles más cercanos al final de los semestres naturales de cada año. No obstante, en caso de que seleccionar algún miércoles festivo, se toma el día anterior, martes.

En lo que se refiere a la frecuencia con que las carteras se reestructuran con el objeto de la inmunización multi-periodo, se han llevado a cabo reestructuraciones en todas las fechas en que ha tenido lugar el desembolso de cupones de cualquiera de los bonos incluidos en las carteras y, además, todos los miércoles más cercanos al final de cada trimestre natural<sup>8</sup>.

---

<sup>8</sup> La justificación de las reestructuraciones trimestrales es doble. Por una parte, pretendemos evitar que el mayor o menor peso de bonos con periodos de cadencia en el pago de cupón provoque excesivos desequilibrios en el número de reestructuraciones realizadas en las carteras. Por otra parte, estas reestructuraciones se han aprovechado para actualizar los parámetros de los modelos de duraciones direccionales que requieren un proceso de estimación previa.

En relación con las condiciones que se imponen para la inmunización habría que precisar que, en todos los casos, la inmunización se ha planteado como un ejercicio de igualación de sensibilidades frente a los factores de riesgo a las de un bono cupón cero, lo que significa que no se han impuesto condiciones de no negatividad sobre las convexidades. Son dos las razones que justifican este proceder. Por una parte, en función del modelo y la disposición de los bonos que entran a formar parte de las carteras, a veces es imposible o siempre lo es<sup>9</sup> el construir una cartera que, verificando las condiciones de primer orden de la inmunización (condiciones sobre las duraciones), no incorpore posiciones cortas en algunos de los bonos<sup>10</sup>. En segundo lugar, porque la evidencia empírica parece mostrar que los efectos de segundo orden de los shocks tienen una importancia marginal en la explicación de los precios y rendimientos<sup>11</sup>. Consecuentemente, a nuestro juicio, la balanza entre las ventajas derivadas de obtener un número significativo de carteras para cada estrategia y las posibles pérdidas de rentabilidad vinculadas a efectos de segundo orden se decanta a favor de las primeras.

Sin embargo, salvo en el caso de las estrategias *mmabs*, *dlbullt* y *dlbarb*, surge el problema de que las condiciones de primer orden para la inmunización pueden ser verificadas por varias carteras. Para elegir una para cada horizonte, se ha empleado un

---

<sup>9</sup> En el caso de los modelos polinomial y exponencial, a partir de dos factores de riesgo es imposible no incluir posiciones cortas. A este respecto, véanse Prisman y Shores (1988) y Gómez y Novales (1999). Para el resto de modelos, todo depende del horizonte de planificación, los bonos elegidos, los parámetros de los modelos, etc.

<sup>10</sup> Dado que las posiciones cortas en operaciones al contado están prohibidas en el mercado español de deuda pública anotada, podría argumentarse la conveniencia de incorporar derivados en las carteras inmunizadas. Sin embargo, esto traería aparejado problemas ligados a la aparición de riesgo de base, cambios del bono entregable más barato (CTD), influencias sobre los precios de los márgenes exigidos, etc, y además, en el caso de opciones sobre renta fija, efectos de segundo orden de los shocks significativos. De ahí que las posiciones cortas en la generalidad de trabajos se materialicen en ventas en corto de deuda. Por otro lado, hay evidencia que muestra que admitir ventas en corto en carteras de deuda no afecta de una forma significativa a los resultados (véase, por ejemplo, Fooladi y Roberts, 1992).

<sup>11</sup> En este sentido, pueden verse Kahn y Lochoff (1990) y Lacey y Nawalkha (1993) para carteras de deuda norteamericana y Soto (2001a) para el caso español.

criterio de máxima diversificación entre bonos<sup>12</sup>. Así, el programa de inmunización se plantea en los siguientes términos<sup>13</sup>:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & \sum_{i=1}^n w_i^2 \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\
 & \mathbf{D}_{cartera} = \mathbf{D}_{objetivo}
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

donde  $w_i$  es el peso del bono  $i$ -ésimo (de un total de  $n$  bonos) en la cartera,  $\mathbf{D}_{objetivo}$  es el vector columna de dimensión  $k$  (número de factores de riesgo) de duraciones objetivo y  $\mathbf{D}_{cartera}$  es el vector columna de duraciones de la cartera que se obtiene a partir de las duraciones de los bonos:

$$\mathbf{D}_{cartera} = \mathbf{D}_{bonos} \mathbf{W}_{bonos}
 \tag{3}$$

donde  $\mathbf{W}$  es el vector columna de pesos.

Es inmediato deducir que, a medida que nos desplazamos hacia estrategias más exigentes, que reconocen la existencia de un mayor número de fuentes de riesgo e imponen un mayor número de restricciones para la inmunización, se ha de renunciar a niveles de diversificación. Adicionalmente, cuantas más duraciones se ajusten, mayores tenderán a ser los costes de transacción en los que se incurre para mantener a lo largo del tiempo la inmunización de las carteras porque mayores son sus necesidades de reestructuración<sup>14</sup>. Por tanto, surge un claro *trade-off* entre ventajas e inconvenientes de

---

<sup>12</sup> El criterio de máxima diversificación aparece frecuentemente en la literatura sobre inmunización. A él subyace la idea de que es posible reducir el riesgo no sistemático de una posición a través de la diversificación. Otros criterios que pueden emplearse para resolver el problema de la multiplicidad de las soluciones son maximizar la TIR de la cartera (Paroush y Prisman, 1997) o controlar la falta de convexidad a través del análisis de los autovalores del Hessiano de la función valor final de la cartera (véase Gómez y Novales, 1999). Esta última opción, aunque es la más difícil de llevar a la práctica, es la que transpone más fielmente las prescripciones del análisis de duración tradicional a los nuevos modelos multifactoriales que exigen para la inmunización completa la adopción de posiciones en corto.

<sup>13</sup> Con la negrita se hace referencia a vectores o matrices.

<sup>14</sup> Aunque los costes de transacción debidos a cargas, cuotas y comisiones derivados de la compraventa de valores no están recogidos explícitamente en nuestras simulaciones, sí hay otros costes ligados con las transacciones que nos afectan. Concretamente, hay que tener en cuenta que nuestros precios son medias diarias de precios cruzados y, por tanto, incorporan errores de medida.

ir incorporando fuentes adicionales de riesgo que ha de tener su traducción en los resultados de nuestras simulaciones.

En las estrategias ingenuas y de vencimiento, que asimismo se enfrentan al problema de la multiplicidad de soluciones, se ha impuesto también el criterio de máxima diversificación entre bonos.

Por último, queda por comentar de qué forma se analizará la capacidad inmunizadora de cada estrategia. A este respecto, con el fin de poder comparar los resultados obtenidos para los diferentes periodos de planificación (de 1, 2 y 3 años), hemos optado por computar rentabilidades anualizadas. De esta forma, la rentabilidad generada por cada cartera en tasa anual de capitalización compuesta con base 365 días será comparada con el tipo cupón cero correspondiente a cada plazo construido sobre la misma base y ley de capitalización.

En lo que se refiere al indicador empleado, recurriremos a las diferencias absolutas entre el rendimiento efectivo y el tipo cupón cero y, con el fin de no perder información al trabajar con un sólo indicador que sintetice los resultados, estas desviaciones absolutas se representarán mediante gráficos de cajas<sup>15</sup>. No obstante, si hemos de tomar una sola cifra recurriremos a la mediana. Es importante destacar que al trabajar con diferencias absolutas asumimos que toda diferencia entre las rentabilidades objetivo y efectiva es algo negativo, no pudiendo ser de otro modo por coherencia con el diseño de nuestras estrategias de inmunización.

### **3.1. Modelos paramétricos**

En los modelos que denominamos de *duraciones paramétricas* se emplean formas funcionales multiparamétricas para el ajuste de la curva de tipos y sus desplazamientos. El primer antecedente de estos modelos lo encontramos en el trabajo de Cooper (1977), actualmente en desuso a favor de otros modelos más recientes como son el modelo de *duraciones polinomiales* de Chambers y Carleton (1988), Prisman y

---

<sup>15</sup> Los gráficos de cajas informan del nivel, la variabilidad y la asimetría de la variable sometida a examen. Las cajas recogen la amplitud inter-cuartil de la variable (esto es, el límite inferior de la caja representa el valor por encima del cual se sitúan el 75% de las observaciones y el límite superior de la caja el valor por debajo del cual se sitúan el mismo porcentaje de los casos). Las líneas que se extienden hacia arriba y hacia abajo partiendo de los extremos de la caja, denominadas comúnmente *bigotes*, alcanzan los valores más altos y más bajos siempre y cuando estos no excedan de 1.5 veces el rango inter-cuartílico contado a partir de los extremos superior e inferior de las cajas, respectivamente. Destacar, por último, que la línea vertical que divide en dos partes las cajas da cuenta de la mediana de la variable.

Shores (1988) y Nawalkha y Chambers (1997) y el modelo de *duraciones exponenciales* de Willner (1996) y Gomez (1999).

### *Inmunización con duraciones polinomiales*

Adoptando el planteamiento de Chambers y Carleton (1988) del modelo de duraciones polinomiales, suponemos que en todo momento y en ausencia de shocks la ETTI de capitalización continua se desplaza registrando los tipos implícitos, y que sus desplazamientos no implícitos pueden ajustarse por polinomios en el plazo de grado  $(r-1)$ , es decir:

$$\Delta \tau_j = \sum_{s=1}^r \Delta \alpha_s j^{s-1} \quad [4]$$

donde  $\Delta \alpha_s$  para  $s=1, \dots, r$  son los coeficientes del polinomio de ajuste.

Bajo estos supuestos, incorporando el criterio de máxima diversificación entre bonos y admitiendo la posibilidad de adoptar posiciones en corto, se obtiene el siguiente programa de inmunización<sup>16</sup>:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{i=1}^n w_i^2 \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\ & \sum_{i=1}^n w_i D_{p_s, i} = H^s \quad s=1, 2, \dots, k \end{aligned} \quad [5]$$

donde  $k$  es el número de factores de riesgo del modelo polinomial ante los que se inmuniza la cartera y  $D_{p_s, i}$  es la duración polinomial de orden  $s$  del  $i$ -ésimo bono que se define como:

---

<sup>16</sup> Las condiciones para la inmunización impuestas por el modelo Nawalkha y Chambers (1997) coinciden con las del de Chambers y Carleton (1988), aunque su interpretación no es la misma. El modelo de Prisman y Shores (1988) también introduce las mismas condiciones pero, dada la restricción que imponen estos autores de no adoptar posiciones en corto, no es posible ajustar simultáneamente más que una de las duraciones en carteras con flujos intermedios. A nivel empírico, en los trabajos de Nawalkha y Chambers (1997) y de Chambers y otros (1988) también se incorpora el criterio de máxima diversificación para elegir una cartera para cada horizonte de planificación, de forma que los programas de inmunización coinciden exactamente con [5].

$$D_{p_s,i} = \frac{1}{P_i} \sum_{j=1}^{v_i} F_{ij} j^s \exp(-\tau_j j) \quad [6]$$

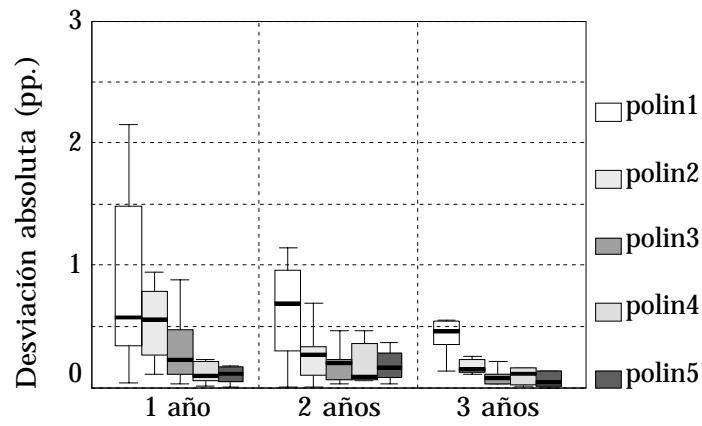
El número máximo de factores de riesgo no está limitado en el modelo polinomial y, de hecho, cabe esperar que cuanto mayor sea el grado del polinomio de ajuste, mayor será la capacidad del modelo para ajustar los desplazamientos de la ETTI. No obstante, ello no tiene porqué tener una traslación directa en los ejercicios de inmunización por la existencia del *trade-off* que anteriormente comentamos. En este trabajo consideraremos hasta cinco fuentes de riesgo. De esta forma, las carteras *polin1* se encuentran inmunizadas frente a desplazamientos paralelos de la curva de tipos; las carteras *polin2* frente a cambios en el nivel y la pendiente de la ETTI, y así sucesivamente. Ha destacarse que la estrategia *polin1*, como se apunta en la Tabla 1, coincide con la estrategia de inmunización tradicional y que *polin2* añade a ésta la restricción de anular el *M-Cuadrado* de la cartera.

Los resultados obtenidos por las cinco estrategias testadas para los tres periodos de planificación se muestran en la Figura 1. Hasta un máximo de tres factores de riesgo (estrategia *polin3*) ha ido aumentando el grado de inmunización de las carteras para cada horizonte a medida que se han ido inmunizando riesgos adicionales. Para las tres primeras estrategias, y no sólo para la tradicional, las desviaciones entre el rendimiento efectivo y el prometido descienden a medida que aumenta el horizonte de planificación, de lo que cabe deducir que a lo largo del tiempo los desplazamientos de la ETTI tienden a compensarse en cierta medida.

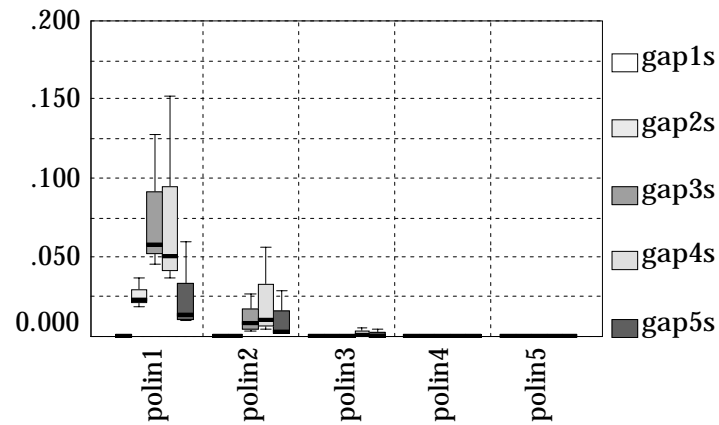
Sin embargo, la importancia de los restantes factores de riesgo para la inmunización es función inversa de la amplitud de los horizontes de planificación. Así, mientras que en el caso de los horizontes de un año la introducción de restricciones de duración adicionales mejora el grado de inmunización de las carteras, en los horizontes de dos y tres años estas ventajas o no existen o son mínimas. Este hecho cabe atribuirse, por una parte, a la compensación de desplazamientos que se produce en horizontes largos y, por otra, a que el riesgo al que han estado expuestas las carteras *polin3* ha sido reducido.

Para ilustrar esta última afirmación, en la Figura 2 hemos representado el riesgo al que se han enfrentado las carteras por su exposición a los tres primeros factores de riesgo del modelo polinomial mediante lo que denominamos *gaps*. Estos se definen

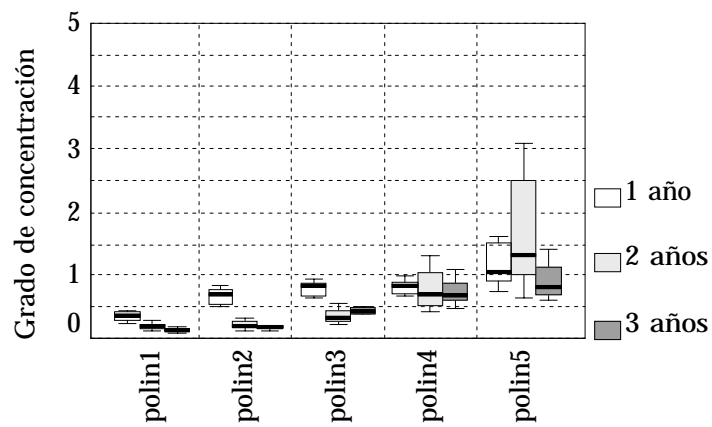
**Figura 1.** Capacidad inmunizadora. Modelo polinomial



**Figura 2.** Riesgo de las carteras. Modelo polinomial



**Figura 3.** Grado de concentración de las carteras. Modelo polinomial





como la diferencia en valor absoluto<sup>17</sup> entre las duraciones (reales) de la cartera y las duraciones objetivo, multiplicada por la desviación típica de cada factor de riesgo obtenida para el conjunto del periodo 1992 a 1999<sup>18</sup>. Los *gaps* cuantifican el riesgo al que se enfrentan las carteras como consecuencia de *shocks* independientes en cada factor de riesgo<sup>19</sup>. En el caso del modelo polinomial, tenemos:

$$\begin{aligned} \text{gap1s} &= |D_{p1} - H| \sigma_{\Delta \text{nivel}} \\ \text{gap2s} &= |D_{p2} - H^2| \sigma_{\Delta \text{pendiente}} \\ \text{gap3s} &= |D_{p3} - H^3| \sigma_{\Delta \text{curvatura}} \end{aligned} \quad [7]$$

reflejando, respectivamente, el riesgo derivado de cambios en el nivel, la pendiente y la curvatura de la ETTI cuando los desplazamientos de la curva se modelizan según la expresión [4].

Como se aprecia en la Figura 2, estos *gaps* se han ido anulando a medida que se han ido ajustando las duraciones polinomiales pero, además, se ha ido reduciendo la exposición de las carteras al riesgo derivado de los factores de riesgo no inmunizados. Al nivel de las carteras *polin3*, la exposición al riesgo es mínima.

Además, en el caso de la estrategia *polin5* hay que destacar la aparición de ciertas dificultades a la hora de construir las carteras inmunizadas, como se observa en la Figura 3, en donde recogemos el grado de concentración de las carteras en su fecha de constitución. Destaca la elevada concentración que han llegado a registrar algunas de las carteras inmunizadas según la estrategia *polin5* para horizontes de planificación de

---

<sup>17</sup> Los *gaps* se han computado en la fecha de la última recomposición de las carteras, pues éstos resultan más homogéneos que los obtenidos en otras fechas. Por ejemplo, en la fecha de constitución de las carteras las duraciones correspondientes a los horizontes de mayor amplitud pueden llegar a ser mucho mayores que las correspondientes a horizontes más cortos y asimismo lo son los *gaps*. La otra alternativa extrema, que sería tomar los *gaps* al finalizar el horizonte de planificación no nos resulta más adecuada en la medida en que se registran para los riesgos inmunizados *gaps* significativos como consecuencia del desajuste entre las duraciones reales y las objetivo.

<sup>18</sup> El procedimiento que se sigue para obtener las estimaciones de los factores de riesgo de éste y del resto de modelos consiste en aplicar la ecuación que modeliza el desplazamiento de la Etti según cada modelo a las series de cambios semanales en los tipos cupón cero extraídos por el método de Nelson y Siegel (1987) para el mercado español.

<sup>19</sup> En la medida que los shocks no tengan lugar en el tiempo de forma independiente menos información darán los *gaps* del riesgo al que realmente se enfrentan las carteras.

dos años. Como se puede observar en la Figura 1, precisamente es en estos horizontes en donde la estrategia *polin5* ha ofrecido el peor grado de inmunización.

Por todo lo anterior, podemos concluir que para los horizontes para los que típicamente se plantean los programas de inmunización, la estrategia *polin3* ofrece el necesario y suficiente grado de inmunización. Sólo cuando los horizontes son cortos inmunizar la cartera frente al cuarto factor de riesgo del modelo polinomial puede incorporar mayores dosis de inmunización. El paso a una estrategia basada en cinco factores de riesgo no resulta, a la vista de nuestros resultados, ni necesario ni idóneo.

Esta conclusión es coherente con la evidencia obtenida por Chambers y otros (1988) y Nawalkha y Chambers (1997) en el mercado norteamericano. Aunque no se explicita por los autores, en ambos trabajos los datos evidencian la existencia de un cierto límite al número de restricciones a imponer en las carteras a inmunizar. Así, en el caso de las simulaciones de Chambers y otros (1988) para horizontes de planificación de tres trimestres, todas las carteras inmunizadas ante cinco fuentes de riesgo presentan peores resultados que las inmunizadas ante cuatro, si bien este hecho no sucede cuando los horizontes son más cortos, de un trimestre. Igualmente, tras el buen comportamiento de las medias de las desviaciones absolutas de las ratios de riqueza de las carteras inmunizadas en horizontes de cuatro años de Nawalkha y Chambers (1997) se esconden datos no siempre favorables: en la mitad de las carteras simuladas para el conjunto del periodo que analizan (1967-1986), incorporar una quinta restricción sobre las carteras empeora los resultados.

### *Las duraciones exponenciales en la inmunización*

En el modelo que denominamos exponencial, inicialmente propuesto por Willner (1996) y ampliado por Gómez (1999), los factores de riesgo se identifican con los parámetros de la ecuación propuesta por Nelson y Siegel (1987) para la extracción de la ETTI:

$$\tau_j = \alpha_1 + (\alpha_2 + \alpha_3) \frac{\beta}{j} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{j}{\beta}\right) \right] - \alpha_3 \exp\left(-\frac{j}{\beta}\right) \quad [8]$$

donde  $\alpha_1$  es el tipo al contado asintótico ( $\alpha_1 = \tau_\infty$ ), cuyo cambio provoca un desplazamiento estrictamente paralelo de la ETTI;  $(-\alpha_2)$  es la diferencia entre el tipo asintótico y el instantáneo y, así, informa en cierta medida de la pendiente de la curva de

tipos, aunque su impacto sobre la curva de tipos no es lineal;  $\alpha_3$  afecta, básicamente, a la curvatura del tramo intermedio de la ETTI; por último,  $\beta$  es la velocidad de convergencia hacia el tipo asintótico y determina, sobre todo, la horizontalidad de la curva de tipos en su tramo largo.

Entendiendo, al igual que antes, que los desplazamientos no anticipados de la curva de tipos vienen dados por la divergencia respecto a la curva de tipos implícitos, el programa de inmunización diseñado con un criterio de máxima diversificación vendría dado por:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & \sum_{i=1}^n w_i^2 \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\
 & \mathbf{D}_{\text{bonos}} \mathbf{W}_{\text{bonos}} = \mathbf{D}_{\text{objetivo}}
 \end{aligned} \tag{9}$$

donde  $\mathbf{D}_{\text{objetivo}}$  es el vector columna de dimensión  $k$  (número de factores de riesgo) de duraciones exponenciales objetivo,  $\mathbf{W}$  es el vector columna de pesos y  $\mathbf{D}_{\text{bonos}}$  es la matriz de duraciones exponenciales de los bonos. Considerando los cuatro factores de riesgo del modelo (cambios en el nivel, la pendiente, la curvatura y la velocidad de convergencia hacia el tipo asintótico), los vectores de duraciones del bono  $i$ -ésimo y de duraciones objetivo se definen como<sup>20</sup>:

---

<sup>20</sup> En lo que se refiere a las medidas de duración, es importante destacar que para todas las fechas en que ha sido necesario contar con ellas (fechas de constitución y reestructuraciones) se han actualizado los valores de los parámetros que entran en su formulación con el fin de obtener las duraciones más realistas.

$$\mathbf{D}_i = \begin{pmatrix} D_{\alpha_1,i} \\ D_{\alpha_2,i} \\ D_{\alpha_3,i} \\ D_{\beta,i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{P_i} \sum_{j=1}^{v_i} F_{ij} j \exp(-\tau_j j) \\ \frac{1}{P_i} \sum_{j=1}^{v_i} F_{ij} \beta \left[ 1 - \exp\left(-\frac{j}{\beta}\right) \right] \exp(-\tau_j j) \\ \frac{1}{P_i} \sum_{j=1}^{v_i} F_{ij} \beta \left[ 1 - \left(1 + \frac{j}{\beta}\right) \exp\left(-\frac{j}{\beta}\right) \right] \exp(-\tau_j j) \\ \frac{1}{P_i} \sum_{j=1}^{v_i} F_{ij} \left\{ (\alpha_2 + \alpha_3) - \left[ (\alpha_2 + \alpha_3) \left(1 + \frac{j}{\beta}\right) + \frac{j^2 \alpha_3}{\beta^2} \right] \exp\left(-\frac{j}{\beta}\right) \right\} \exp(-\tau_j j) \end{pmatrix} \quad [10]$$

$$\mathbf{D}_{objetivo} = \begin{pmatrix} D_{\alpha_1,obj} \\ D_{\alpha_2,obj} \\ D_{\alpha_3,obj} \\ D_{\beta,obj} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H \\ \beta \left[ 1 - \exp\left(-\frac{H}{\beta}\right) \right] \\ \beta \left[ 1 - \left(1 + \frac{H}{\beta}\right) \exp\left(-\frac{H}{\beta}\right) \right] \\ (\alpha_2 + \alpha_3) - \left[ (\alpha_2 + \alpha_3) \left(1 + \frac{H}{\beta}\right) + \frac{H^2 \alpha_3}{\beta^2} \right] \exp\left(-\frac{H}{\beta}\right) \end{pmatrix}$$

De esta forma, la estrategia *expon1* inmuniza la cartera en el sentido tradicional dando lugar exactamente a las mismas carteras y resultados que la estrategia *polin1*; la estrategia *expon2* da lugar a una cartera inmunizada frente a los factores de nivel y de pendiente; la estrategia *expon3* a los anteriores incorpora el factor de curvatura y, finalmente, la estrategia *expon4* iguala las cuatro duraciones exponenciales de la cartera a las duraciones objetivo.

Los resultados obtenidos por el modelo exponencial se presentan en la Figura 4, que muestra claramente la mejora del grado de inmunización de las carteras a medida que ajustamos hasta tres medidas de duración. Así, partiendo de unas desviaciones medianas de 57, 68 y 46 pb. en las carteras *expon1* para los tres horizontes de planificación, en *expon3* llegan a registrarse unas desviaciones en torno a un 78% inferiores.

Por contra, para los tres horizontes de planificación considerados, la inmunización frente al riesgo derivado de cambios en la velocidad de convergencia hacia el tipo asintótico da lugar a mayores desviaciones entre la rentabilidad efectiva y

la prometida, tanto si consideramos la mediana como la dispersión de estas diferencias. Este resultado, incluso más desfavorable del que se obtenía para el caso de la estrategia *polin5*, encuentra su justificación en los mismos elementos que entonces.

Por una parte, en el progresivo descenso de los *gaps* (Figura 5), que ahora se definen como:

$$\text{gaps} = |D_{s,\text{cartera}} - D_{s,\text{obj}}| \sigma_{\Delta s} \quad s = \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta \quad [11]$$

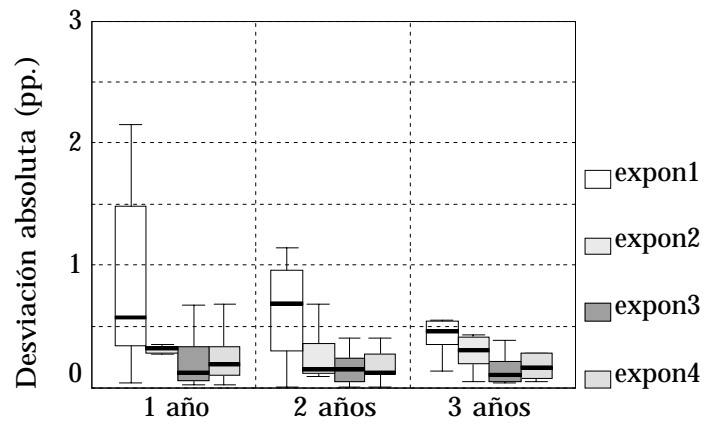
Por otra, en las dificultades que presenta la estrategia *expon4* para formar carteras inmunizadas (Figura 6). De hecho, comparando la Figura 6 y la Figura 3 se puede comprobar que las dificultades que han existido para construir las carteras *expon4* son mucho más intensas que las detectadas en el caso de las *polin5*. El grado de concentración que se alcanza en algunas de las carteras es desorbitado y nos da cuenta de que en ellas se combinan los bonos registrando pesos positivos muy elevados y pesos muy negativos, ello a pesar de que la función objetivo en todos los programas de inmunización ha sido minimizar el grado de concentración.

A la vista de estos resultados, cabe concluir que resulta preferible considerar que el parámetro  $\beta$  permanece constante, al menos durante periodos de tiempo amplios. Esta decisión, que reduce el número de factores de riesgo del modelo a tres, redundará en una mayor estabilidad y predecibilidad de las duraciones<sup>21</sup> que, a su vez, trae consigo menores costes de transacción, un menor riesgo de proceso estocástico y una mayor sencillez en el cómputo de las duraciones que dependen de este parámetro. Es más, fijado el valor de  $\beta$ , la obtención de los parámetros de la ecuación de Nelson y Siegel (1987) puede realizarse por métodos lineales, bien a partir de estimaciones de los tipos cupón cero o a partir de los valores de la función de descuento derivada de los precios de los bonos con cupón si no se dispone de los datos anteriores. Apoyando la conclusión anterior, Willner (1996), Barrett y otros (1995) y los propios Nelson y Siegel (1987) comentan que el ajuste de la curva es “relativamente insensible” a los cambios en el parámetro  $\beta$ , por lo que no cabe esperar una reducción significativa de la capacidad explicativa del modelo.

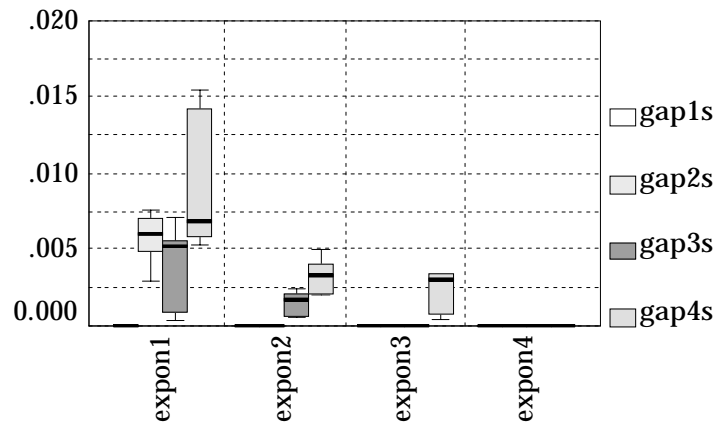
---

<sup>21</sup> Como se muestra en [10], en tres de las cuatro medidas de duración del modelo exponencial se incluye el parámetro  $\beta$  (en dos de ellas es el único parámetro que interviene), que resulta ser especialmente volátil. Sirva para ilustrar este hecho que Gómez y Novales (1997), para el periodo 11.1992-10.1996, obtienen un coeficiente de variación para  $\beta$  de un 58.17% en el caso del mercado español.

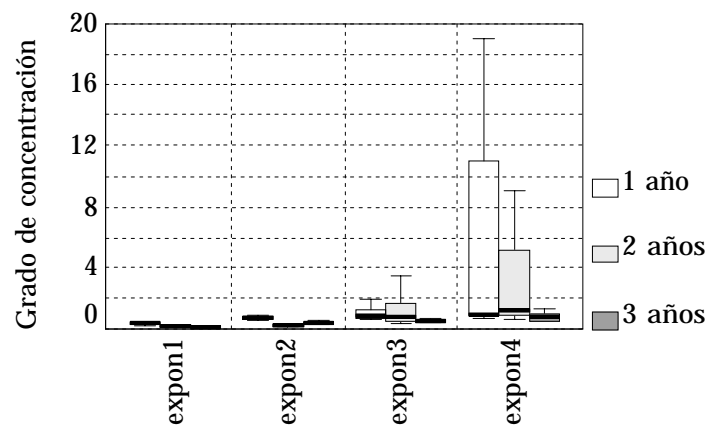
**Figura 4.** Capacidad inmunizadora. Modelo exponencial



**Figura 5.** Riesgo de las carteras. Modelo exponencial



**Figura 6.** Grado de concentración de las carteras. Modelo exponencial



### 3.2. Modelos direccionales

En el segundo grupo de modelos, el de *duraciones direccionales*, el punto de partida se encuentra en la historia de los desplazamientos de la ETTI, de la que se trata de extraer un número limitado de variables observables (tipos de interés) o no observables (factores comunes) capaces de explicar con la mayor fidelidad posible los shocks según una especificación lineal del tipo:

$$\Delta\tau_j = \sum_{s=1}^r \alpha_{js} \Delta x_s + \varepsilon_j \quad [12]$$

donde los  $\alpha_{js}$  son parámetros constantes en el tiempo y diferentes para cada plazo  $j$ , y  $\varepsilon_j$  es el componente idiosincrásico del cambio en cada tipo que recoge la dinámica no explicada por los cambios de las variables  $x_s$ .

Consecuentemente, a diferencia de los modelos paramétricos anteriores, en los modelos direccionales se requiere una tarea previa de extracción de los factores de riesgo y de estimación de los parámetros del modelo que explica los desplazamientos de la ETTI. En relación con los primeros, la evidencia obtenida por Elton y otros (1990) y Navarro y Nave (1997) para el caso del modelo de tipos óptimos apunta a favor de un modelo basado en dos tipos óptimos frente a uno univariante; para el caso de factores no observables, en los trabajos de Steeley (1990), Litterman y Scheinkman (1991), Kahn y Gulrajani (1993), D'Ecclesia y Zenios (1994), Sherris (1995), Navarro y Nave (1995), Barber y Copper (1996), Bliss (1997) y Falkenstein y Hanweck (1997), entre otros, se identifican hasta tres factores de riesgo para distintos mercados y periodos.

Apoyándonos en estos resultados, para el modelo de tipos óptimos asumiremos una configuración bivalente que requerirá, en primer lugar, la elección de la combinación de tipos de interés que en mayor medida son capaces de explicar el desplazamiento de la ETTI y, en segundo lugar, la estimación de los parámetros de la expresión [12]. Para el modelo de factores comunes, la identificación de los factores y parámetros se realizará aplicando un análisis de componentes principales a la matriz de covarianzas incondicionada de los cambios en los tipos de interés.

Las series que hemos empleado para la identificación de ambos modelos se definen como las series de cambios no anticipados por la teoría de las expectativas en

periodos de una semana (miércoles-miércoles) de los tipos a plazo de 1, 3 y 6 meses y 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 10 y 15 años<sup>22</sup>. Estos cambios se han definido en términos relativos (tasas de variación relativas en tanto por uno), es decir, dividiendo por los tipos iniciales, para aislar la relación existente entre la magnitud de los shocks y el nivel general de tipos. A modo de muestra, en la Figura 7 se han representado los cambios no anticipados en niveles y relativos de los tipos a 1, 3 y 5 años, además de la evolución seguida por los propios tipos de interés, que se sitúa entre cada par de series. Mientras que la magnitud de los cambios en nivel guarda una clara relación directa con el nivel de tipos, para los cambios relativos la relación deja de ser tan obvia.

El cálculo de variaciones relativas, aunque debe de contribuir a aumentar la estabilidad temporal de los modelos, no la garantiza. Por ello, hemos optado por trabajar en un doble frente. Por un lado, ambos modelos serán estimados utilizando la información del conjunto del periodo; por otro, serán estimados cada tres meses empleando el último año de observaciones<sup>23</sup>. Las carteras inmunizadas se construirán empleando los modelos estimados para el conjunto del periodo y los obtenidos cada tres meses. En este último caso, se tomarán los modelos estimados a partir del año de observaciones que finaliza en el trimestre anterior a la fecha de constitución y reestructuración de las carteras, de forma que la inmunización se practicará en periodos *out-of-sample*.

### *Inmunización con un modelo de tipos óptimos*

Como ya se ha comentado, en el modelo de tipos óptimos se asume que un conjunto limitado de tipos de interés son capaces de explicar, con sus desplazamientos, el desplazamiento del conjunto de la ETTI. En el caso de un modelo bivalente para las series de cambios relativos de nuestros *keyrates*, para el  $j$ -ésimo tipo tenemos:

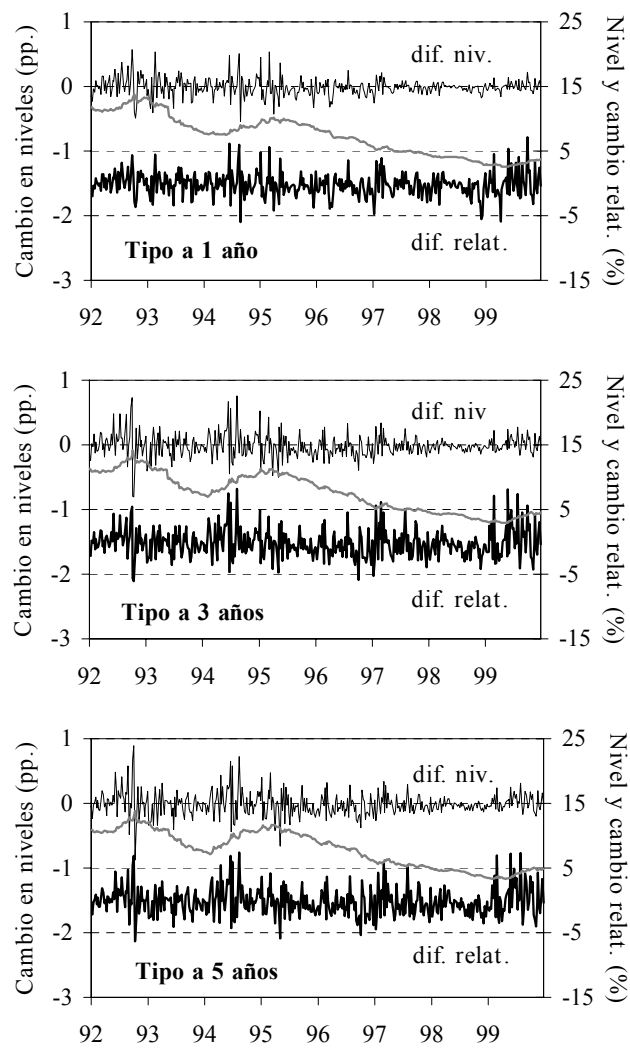
---

<sup>22</sup> Se corresponden con los *keyrates* seleccionados en *RiskMetrics* para el mercado monetario y de deuda pública español. Véase *RiskMetrics* (1996).

<sup>23</sup> Ello está en consonancia con los requerimientos mínimos exigidos por el Comité de Basilea de Supervisión Bancaria: series históricas de un año y actualización de las bases de datos cada tres meses. Un periodo de observación de un año, a juicio del BIS (1996), “establece un equilibrio razonable entre las ventajas relativas y las desventajas de un periodo de observación menor o mayor. Las desventajas de un periodo menor es que capturaría únicamente los shocks más recientes del mercado [...]. Por el contrario, las desventajas de periodos más largos es que no se respondería rápidamente a los cambios en las condiciones del mercado”.



**Figura 7. Shocks en niveles y relativos**



$$\frac{\Delta \tau_j}{\tau_j} = \alpha_{j,opt_1} \frac{\Delta \tau_{opt_1}}{\tau_{opt_1}} + \alpha_{j,opt_2} \frac{\Delta \tau_{opt_2}}{\tau_{opt_2}} + \varepsilon_j \quad [13]$$

donde  $\tau_{opt_1}$  y  $\tau_{opt_2}$  son los tipos de interés óptimos.

En este contexto, incorporando el criterio de máxima diversificación entre bonos se obtiene el siguiente programa de inmunización:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{i=1}^n w_i^2 \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\ & \sum_{i=1}^n w_i D_{opt_s,i} = \alpha_{H,opt_s} \tau_H H \quad s=1,2 \end{aligned} \quad [14]$$

donde  $D_{opt_s,i}$  es la duración direccional del bono  $i$ -ésimo correspondiente al tipo  $\tau_{opt_s}$ , que se define como:

$$D_{opt_s,i} = \frac{1}{P_i} \sum_{j=1}^{v_i} F_{ij} j \alpha_{j,opt_s} \tau_j \exp[-\tau_j j] \quad [15]$$

Resulta evidente que la puesta en práctica del programa [14] requiere, previamente, de la identificación de los dos tipos óptimos así como la estimación de los coeficientes de la ecuación [13] para cada plazo  $j$ .

Para la identificación de los tipos hemos seguido el criterio de Elton y otros (1990):

$$\text{Max}_{l:m} \sum_{j=1}^p w_j R_{j,l:m}^2 \sigma_{\Delta \tau_j / \tau_j}^2 \quad [16]$$

donde  $W$  es un vector de ponderaciones (no negativas) que permite modular la importancia del ajuste de la dinámica de cada tipo de interés en la determinación de los tipos óptimos,  $R_{j,l:m}^2$  es el  $R$ -cuadrado de la estimación MCO de [13] para el tipo  $j$  a partir de la combinación de tipos  $(\tau_l, \tau_m)$  y  $\sigma_{\Delta \tau_j / \tau_j}^2$  es la varianza de los cambios relativos no implícitos del tipo  $j$ .

Dado que la muestra de tipos se encuentra menos concentrada en el corto plazo que la seleccionada por Elton y otros (1990), hemos optado por no considerar ningún esquema de ponderación<sup>24</sup>, de forma que  $W = 1$ .

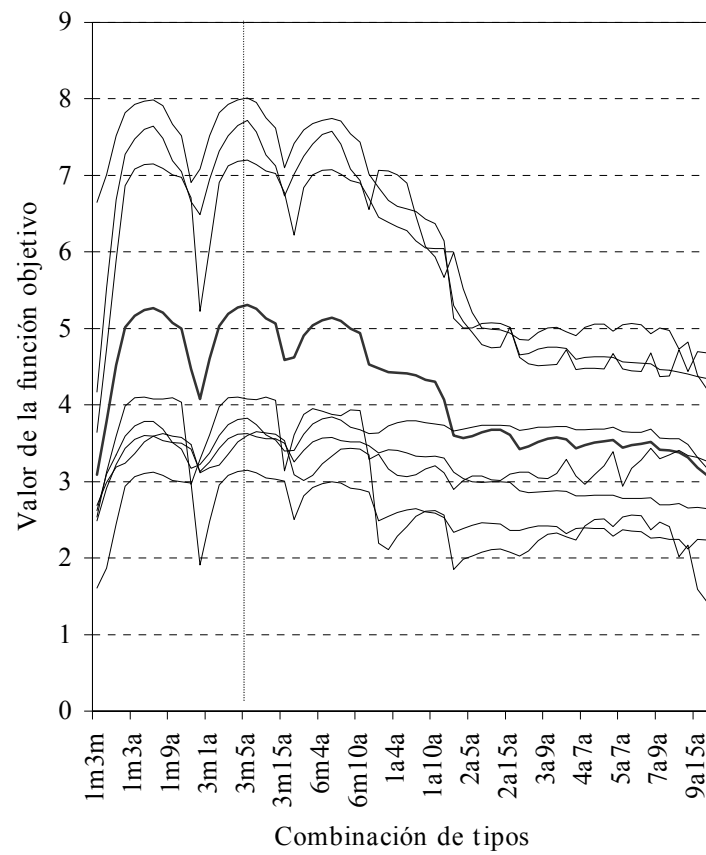
En la Figura 8 se ha representado el perfil de la función objetivo para los subperiodos coincidentes con años naturales y para el conjunto del periodo (línea más gruesa). Éste da cuenta de una regularidad: las combinaciones de tipos capaces de explicar en mayor medida el desplazamiento de la ETTI están formadas por un tipo a corto, que puede ser el tipo a 1, 3 ó 6 meses, y un tipo a plazo intermedio, a 4, 5 ó 7 años. Habiendo de elegir una de estas combinaciones para todos los subperiodos, los resultados se decantan claramente a favor de la combinación formada por los tipos a 3 meses y 5 años, ya que en 19 de los 29 subperiodos de un año para los que se realizan las estimaciones es la mejor combinación, seguida de las formadas por los tipos a 6 meses y 5 años y por los tipos a 3 meses y 4 años, cada una de las cuales es la mejor en tres de los subperiodos. Lógicamente, tomando como base el conjunto del periodo, la combinación elegida vuelve a ser la formada por los tipos a 3 meses y 5 años.

Identificados los tipos óptimos, podemos estimar los parámetros de las ecuaciones de ajuste del desplazamiento, obteniendo los perfiles que se muestran en la Figura 9 para los periodos anuales que coinciden con años naturales y para el conjunto del periodo (línea más gruesa). Como es lógico esperar, el tipo a 3 meses guarda con los tipos a más corto plazo una relación más estrecha que el tipo a 5 años. Por contra, para el resto de plazos, al menos si nos atenemos a los resultados obtenidos para el conjunto del periodo, el tipo a 3 meses tiene poco que añadir a la capacidad explicativa del tipo a 5 años. En lo que se refiere los tipos a más largo plazo, su sensibilidad con respecto al cambio en los tipos a 3 meses y 5 años se muestra bastante volátil, hecho que ha de atribuirse a los problemas que presenta este modelo para ajustar el desplazamiento del tramo más largo de la ETTI.

---

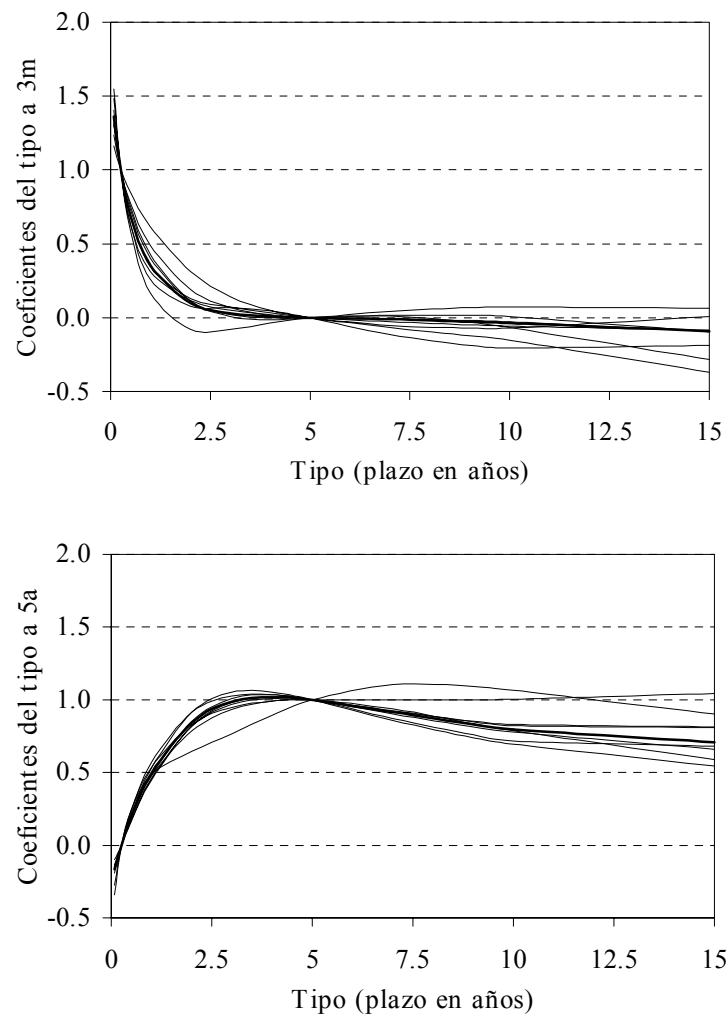
<sup>24</sup> Esta elección es coherente con el hecho de que en el modelo de factores comunes cada tipo contribuirá a la determinación de los factores exclusivamente según su propia variabilidad y su interrelación con el resto de tipos.

**Figura 8.** Determinación de los tipos óptimos



Obs.: Valores de la función objetivo de Elton y otros (1990) sin ponderaciones multiplicados por 10000. En el eje de abscisas se muestran las combinaciones de tipos ordenadas según el plazo del primer tipo (de menor plazo) y, seguidamente, según el plazo del segundo (de mayor plazo).

**Figura 9.** Coeficientes del modelo de tipos óptimos



Obs.: Los coeficientes correspondientes al conjunto del periodo se han destacado con una línea más gruesa.

A partir del modelo con dos tipos óptimos, y teniendo en cuenta que vamos a emplear tanto las estimaciones obtenidas para el conjunto del periodo (modelo con parámetros constantes) como para cada subperiodo (modelo con parámetros reestimados cada tres meses), se pueden definir seis estrategias de inmunización: *tipo1R3m* hará referencia a la estrategia de inmunización basada en el modelo con parámetros reestimados cada tres meses que restringe, exclusivamente, la duración de la cartera con respecto al tipo a 3 meses<sup>25</sup>; *tipo1R5a* corresponde también al modelo con parámetros reestimados pero restringiendo la duración respecto al tipo a 5 años; *tipo2R* impone restricciones sobre las dos duraciones empleando el modelo sujeto a reestimaciones; *tipo1C3m*, *tipo1C5a* y *tipo2C* son las estrategias paralelas a las anteriores pero tomando el modelo estimado para el conjunto del periodo.

Los resultados obtenidos por las seis estrategias en términos de las diferencias absolutas entre la rentabilidad anual efectiva y la prometida se muestran en la Figura 10. La Figura 12 presenta el grado de concentración de las carteras y la Figura 11 recoge su exposición al riesgo, medida por unos *gaps* que ahora se definen como:

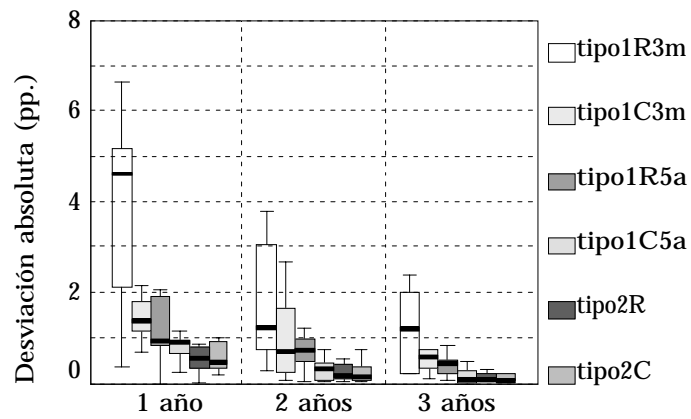
$$\begin{aligned} \text{gap1s} &= \left| D_{\tau_{3m}} - H \alpha_{H,3m} \tau_H \right| \sigma_{\Delta\tau_{3m}/\tau_{3m}} \\ \text{gap2s} &= \left| D_{\tau_{5a}} - H \alpha_{H,5a} \tau_H \right| \sigma_{\Delta\tau_{5a}/\tau_{5a}} \end{aligned} \quad [17]$$

La Figura 10 pone de manifiesto que inmunizar exclusivamente con respecto al tipo a corto es una estrategia claramente insuficiente, sobre todo si se llevan a cabo reestimaciones (*tipo1R*), ya que, en este caso, a la escasa capacidad explicativa del tipo a 3 meses de los desplazamientos de la ETTI se unen las amplias necesidades de reestructuración derivadas de la inestabilidad de los coeficientes correspondientes a este tipo (véase la Figura 9). Un elemento adicional que ha operado a favor de la estrategia *tipo1C3m* en nuestras simulaciones ha sido que los *gaps*, en un amplio porcentaje de los casos, han permanecido por debajo de los de las carteras *tipo1R3m*, como se aprecia en la Figura 11. En cualquier caso, los resultados que se obtienen para ambas estrategias

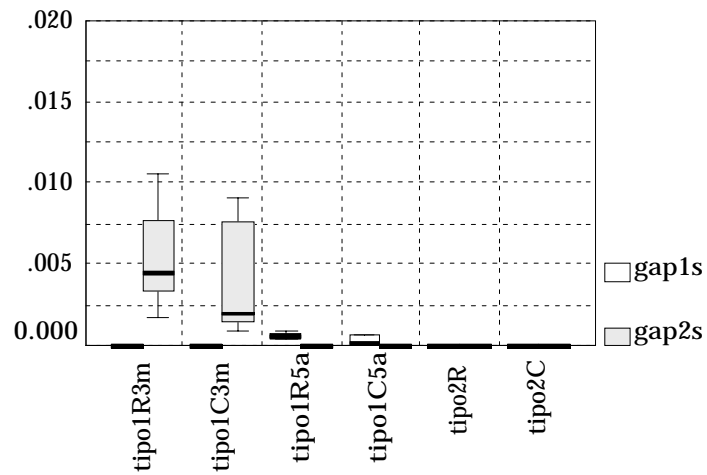
---

<sup>25</sup> La razón que justifica que hayamos considerado que la estrategia de inmunización con una única restricción ajusta la duración con respecto al tipo a corto es que, de esta forma, ilustramos en alguna medida los resultados que pueden obtenerse por los numerosos modelos que consideran como única variable de estado un tipo a corto. No obstante, esta extrapolación de los resultados ha de interpretarse con cautela ya que, como consecuencia del grado de interrelación existente entre los tipos a 3 meses y a 5 años, los coeficientes de [13] correspondientes al tipo a corto no coincidirán con los correspondientes a un modelo de un único factor basado en el tipo a 3 meses. Esta misma reserva cabe aplicarse al modelo que restringe exclusivamente la duración con respecto al tipo a largo.

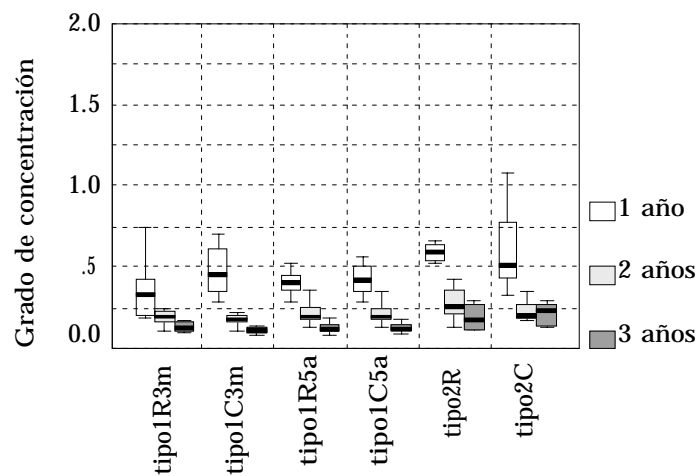
**Figura 10.** Capacidad inmunizadora. Modelo de tipos óptimos



**Figura 11.** Riesgo de las carteras. Modelo de tipos óptimos



**Figura 12.** Grado de concentración de las carteras. Modelo de tipos óptimos



son sustancialmente peores que los conseguidos anteriormente por la estrategia de inmunización tradicional (*polin1* y *expon1*).

Por contra, el ajuste de la duración con respecto al tipo a 5 años ofrece resultados satisfactorios, especialmente cuando se emplea el modelo estimado para el conjunto del periodo por las dos razones apuntadas anteriormente (inestabilidad y exposición al riesgo). Como se aprecia en la Figura 11, los mejores resultados de la estrategia de ajuste de la duración respecto al tipo a 5 años frente a la del tipo a 3 meses se vinculan claramente con una drástica reducción del grado de exposición al riesgo.

Cuando se ajustan ambas duraciones, se consiguen resultados que compiten con los de las estrategias que inmunizan frente a dos factores de riesgo. Obviamente, en estas carteras todos los *gaps* se han anulado y, como venía sucediendo en el caso de las estrategias que consideraban el mismo número de factores de riesgo, no aparecen dificultades a la hora de construir las carteras inmunizadas, como se muestra en la Figura 12.

En lo que se refiere a las diferencias entre las estrategias *tipo2R* y *tipo2C*, la Figura 10 nos muestra una ligera ventaja de la estrategia basada en el modelo con coeficientes constantes en términos de la mediana que, no obstante, se acompaña de una mayor dispersión de los resultados en los horizontes de un año. Por ello, no puede afirmarse con rotundidad que sea preferible una estrategia a la otra.

### *Factores comunes en la inmunización*

El modelo de factores comunes supone que el desplazamiento de la ETTI está dirigido (o puede expresarse) por un conjunto limitado de factores no observables en aquélla parte no atribuida a elementos idiosincrásicos. Esto es, en nuestro caso:

$$\frac{\Delta \tau_j}{\tau_j} = l_{j1}f_1 + l_{j2}f_2 + \dots + l_{jr}f_r + \varepsilon_j \quad [18]$$

donde los  $f_s$  son los factores comunes del desplazamiento de la curva de tipos, los  $l_{js}$  son las cargas factoriales y las  $\varepsilon_j$  son el componente idiosincrásico de los desplazamientos. Adicionalmente, el modelo verifica las siguientes características:



$$\begin{aligned}
E[\mathbf{f}] &= \mathbf{0} \\
\text{cov}[\mathbf{f}] &= \mathbf{I} \\
E[\boldsymbol{\varepsilon}] &= \mathbf{0} \\
\text{cov}[\boldsymbol{\varepsilon}] &= \boldsymbol{\Psi}, \text{ diagonal}
\end{aligned} \tag{19}$$

donde  $\mathbf{f}$  es el vector columna formado por los factores y  $\boldsymbol{\varepsilon}$  es el vector columna formado por las perturbaciones idiosincrásicas. Además, los factores comunes y las perturbaciones representan influencias ortogonales.

La estrategia de inmunización se define ahora por el siguiente programa:

$$\begin{aligned}
\text{Min} \quad & \sum_{i=1}^n w_i^2 \\
\text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\
& \sum_{i=1}^n w_i D_{f_s,i} = l_{Hs} \tau_H H \quad s = 1, \dots, k
\end{aligned} \tag{20}$$

donde la duración direccional del factor común  $s$ -ésimo del bono  $i$ -ésimo viene dada por:

$$D_{f_s,i} = \frac{1}{P_i} \sum_{j=1}^{v_j} F_{ij} j l_{js} \tau_j \exp[-\tau_j j] \tag{21}$$

Para obtener los factores comunes y la matriz de cargas factoriales correspondientes al conjunto del periodo y los 29 subperiodos de un año se ha aplicado un análisis de componentes principales sobre la matriz de varianzas-covarianzas de los cambios relativos de los *keyrates*. Asimismo, con el fin de aumentar la interpretabilidad de los factores, se ha realizado una transformación ortogonal de los mismos con el objeto de que el primer factor viniera a representar lo más fielmente posible un cambio de igual magnitud en todos los tipos de interés. Finalmente, se han llevado a cabo los cambios de signo pertinentes de las columnas de la matriz de cargas factoriales y de los factores al objeto de homogeneizar el sentido de los desplazamientos que provoca cada factor común a lo largo del tiempo. Aplicando este procedimiento, se han obtenido los siguientes resultados.

En primer lugar, tanto para el conjunto del periodo como para los diferentes subperiodos considerados, hemos detectado que tres factores comunes recogen casi

íntegramente la variabilidad de los cambios en los tipos de interés, como es habitual encontrar en la investigación empírica. Este hecho, que ha de atribuirse al elevado grado de correlación que presentan nuestras series, se muestra en la Tabla 2, en donde se recoge el porcentaje de varianza explicada por los tres factores para el conjunto del periodo y para los subperiodos coincidentes con años naturales<sup>26</sup>.

**Tabla 2. Porcentaje de variabilidad explicada por los tres primeros factores comunes**

Periodo	Factor 1	Factor 2	Factor 3	Suma
1992-1999	56.956	32.238	8.037	97.231
1992	52.553	29.129	14.930	96.611
1993	33.238	50.840	14.516	98.594
1994	54.481	41.232	2.558	98.271
1995	71.742	23.565	3.125	98.433
1996	56.742	36.093	4.279	97.114
1997	22.038	38.250	38.701	98.989
1998	40.032	46.978	9.810	96.820
1999	51.953	39.627	7.446	99.026

Para estos mismos periodos de estimación, la Figura 13 muestra el perfil de las cargas factoriales<sup>27</sup>. Éste se ha mantenido similar al obtenido en otras investigaciones, aunque hay que tener en cuenta que su interpretación en nuestro caso es ligeramente diferente.

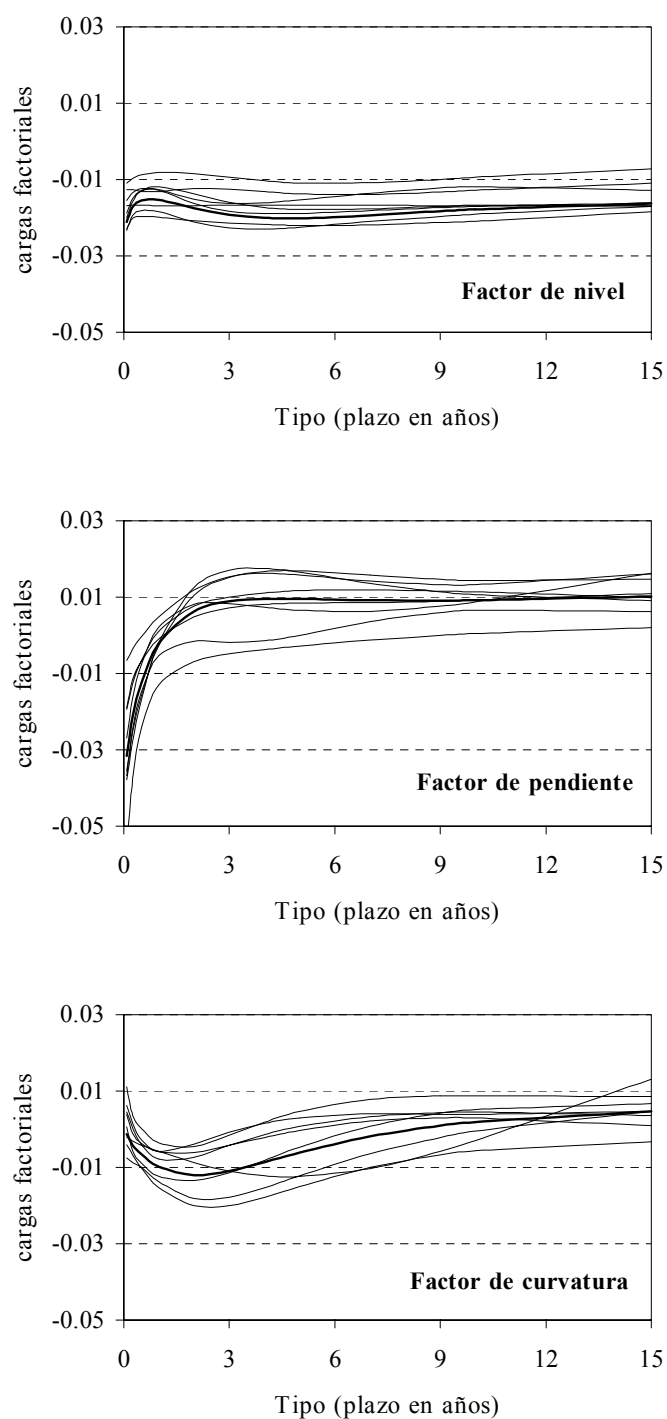
El primer factor provoca cambios prácticamente en la misma magnitud de todos los tipos de interés, razón por la cual se denomina *factor de nivel*. Si los desplazamientos se hubieran expresado como cambios en el nivel de los tipos de interés, este primer factor provocaría desplazamientos prácticamente paralelos de la curva de tipos. Sin embargo, puesto que en nuestro caso los desplazamientos se definen en términos relativos, este factor sólo provocaría cambios en el nivel de la ETTI si

---

<sup>26</sup> Nuestros resultados sí se diferencian de los obtenidos en otras investigaciones en la importancia del primer factor, que desciende en beneficio de los dos siguientes. La justificación a este hecho se encuentra en dos cuestiones: por una parte, en la transformación ortogonal de los factores de riesgo llevada a cabo y, por otra, y sobre todo, en el hecho de emplear cambios relativos y no en niveles para la definición de los desplazamientos de la ETTI.

<sup>27</sup> Las cargas factoriales representan la forma del desplazamiento de la ETTI que tiene lugar como consecuencia del cambio en una desviación típica de cada factor, ya que éstos tienen una varianza unitaria. Por tanto, cuanto mayores sean las cargas factoriales mayor será la importancia de cada factor en la explicación de los cambios en cada tipo.

**Figura 13.** Cargas factoriales en cada año natural y en el conjunto del periodo



Obs.: El factor de nivel es el factor 1 de la Tabla 2, el factor de pendiente el 2 y el factor de curvatura el 3. Las cargas correspondientes al conjunto del periodo se han destacado con una línea más gruesa.

inicialmente ésta es plana. No obstante, como la curva de tipos española ha registrado pendientes positivas y negativas y mayores y menores curvaturas, seguiremos definiendo este factor como un factor de nivel. Obviamente, la misma salvedad cabe hacerse al resto de factores.

El segundo factor se identifica como un *factor de pendiente* ya que, aunque las cargas factoriales presentan un perfil curvo como asimismo sucede en el resto de investigaciones, su principal efecto es el de alterar la pendiente del tramo corto de la curva de tipos. Para el resto de tramos, sus efectos suelen limitarse a un mero cambio en el nivel de la curva de tipos.

El tercer factor recibe comúnmente la calificación de *factor de curvatura*, en la medida en que su principal efecto sobre la ETTI es el de alterar su grado de curvatura en los plazos cortos y medios. Para los tipos a más largo plazo, los cambios en este tercer factor provocan bien cambios en el nivel de los tipos bien ligeros cambios en la pendiente.

En lo que se refiere a la fiabilidad de un modelo de factores comunes estático como el empleado, los datos obtenidos ofrecen pistas ciertamente negativas. Por una parte, la propia Tabla 2 muestra que el porcentaje de varianza explicada por cada factor común puede llegar a cambiar de forma muy considerable de periodo a periodo, llegándose a alterar el orden de importancia de los factores. Por otra parte, la Figura 13, pone de manifiesto que las cargas factoriales obtenidas para el conjunto del periodo no vienen a ser más que un promedio de las cargas obtenidas para los diferentes subperiodos<sup>28</sup>. En última instancia, la inestabilidad de las cargas factoriales tiene su origen en la falta de constancia de la matriz de covarianzas de las series de desplazamientos.

El modelo considerado, al igual que antes, nos ofrece dos tipos de estrategias: aquéllas en donde los factores y los parámetros del modelo son los obtenidos para el conjunto del periodo (C) y aquéllas en donde se reestiman trimestralmente (R). Así, en nuestro marco de inmunizaciones progresivas, las estrategias *factIC* y *factIR* dan lugar a carteras con la mínima concentración entre bonos inmunizadas con respecto a cambios

---

<sup>28</sup> Falkenstein y Hanweck (1997) también hablan de la inestabilidad de los factores comunes obtenidos para el mercado de deuda pública estadounidense. Afirman que el tercer factor común incorpora más errores en las coberturas que el modelo de dos factores comunes, conclusión que nosotros no compartimos.

en el factor de nivel del modelo de factores comunes<sup>29</sup>; *fact2C* y *fact2R* inmunizan adicionalmente con respecto a cambios en el factor de pendiente y, finalmente, *fact3C* y *fact3R* inmunizan con respecto a los tres factores de riesgo identificados.

Los resultados obtenidos para los tres horizontes de planificación considerados se muestran en la Figura 14. Como se observa, la ventaja de inmunizar con respecto a un mayor número de factores de riesgo es evidente en todos los horizontes de planificación. Además, como viene siendo habitual, el grado de inmunización de las carteras aumenta cuanto mayores son los horizontes.

Los *gaps* derivados de este modelo se definen como:

$$\begin{aligned} \text{gap1s} &= |D_{f_1} - H l_{H1} \tau_H| \sigma_{f_1} \\ \text{gap2s} &= |D_{f_2} - H l_{H2} \tau_H| \sigma_{f_2} \\ \text{gap3s} &= |D_{f_3} - H l_{H3} \tau_H| \sigma_{f_3} \end{aligned} \quad [22]$$

donde  $f_1, f_2$  y  $f_3$  son los factores de nivel, pendiente y curvatura. Es de destacar que, a diferencia de lo que sucede en el resto de casos, estos *gaps* presentan la gran ventaja de que representan riesgos incondicionalmente incorrelacionados, lo cual resulta excepcionalmente informativo. Como se muestra en la Figura 15, los *gaps* se reducen en más de la mitad de las carteras a medida que se incorporan nuevas restricciones.

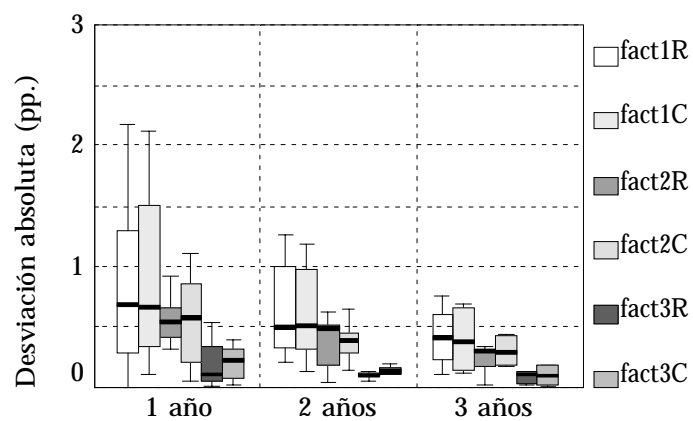
Finalmente, la Figura 16 nos muestra que no han existido dificultades a la hora de construir las carteras inmunizadas salvo en el caso de los horizontes de un año para las estrategias *fact2C*, *fact3R* y *fact3C*.

Precisamente, en los horizontes de un año, la elevada dispersión de los resultados de las carteras inmunizadas según la estrategia *fact2C* puede relacionarse, por una parte, con las dificultades de constitución que han presentado (hecho que no ha sucedido en las carteras *fact2R*) y el mayor riesgo al que han estado expuestas las carteras *fact2C* en relación con el factor de curvatura. Dejando al margen este resultado, no es posible afirmar cuál de las dos estrategias ha ofrecido mejores resultados para el conjunto de horizontes; como asimismo sucede cuando hablamos de las carteras

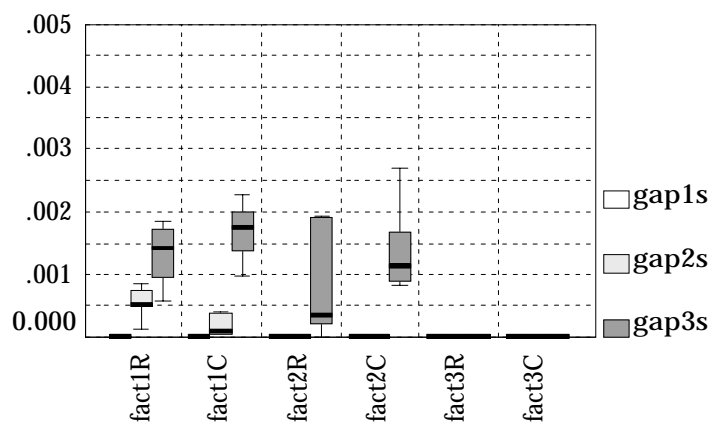
---

<sup>29</sup> El uso del análisis de componentes principales como método de extracción de los factores comunes hace posible que los factores comunes (y sus cargas factoriales) no varíen en función del número de factores que se identifiquen. Así, por ejemplo, la inmunización con respecto al factor de nivel en el modelo de factores comunes puede provenir de un modelo con 1, 2, 3 o cualesquiera factores de riesgo.

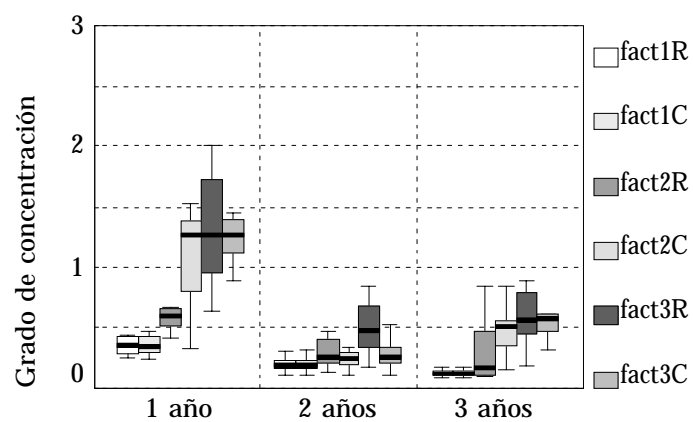
**Figura 14.** Capacidad inmunizadora. Modelo de factores comunes



**Figura 15.** Riesgo de las carteras. Modelo de factores comunes



**Figura 16.** Grado de concentración de las carteras. Modelo de factores comunes



inmunizadas exclusivamente frente al factor de nivel. Por el contrario, entre las estrategias que inmunizan ante los tres factores de riesgo, la disposición de las cajas de la Figura 14 sí desvela una cierta superioridad de la estrategia *fact3R* frente a *fact3C*.

### 3.3. *Una comparativa entre las diferentes estrategias de inmunización*

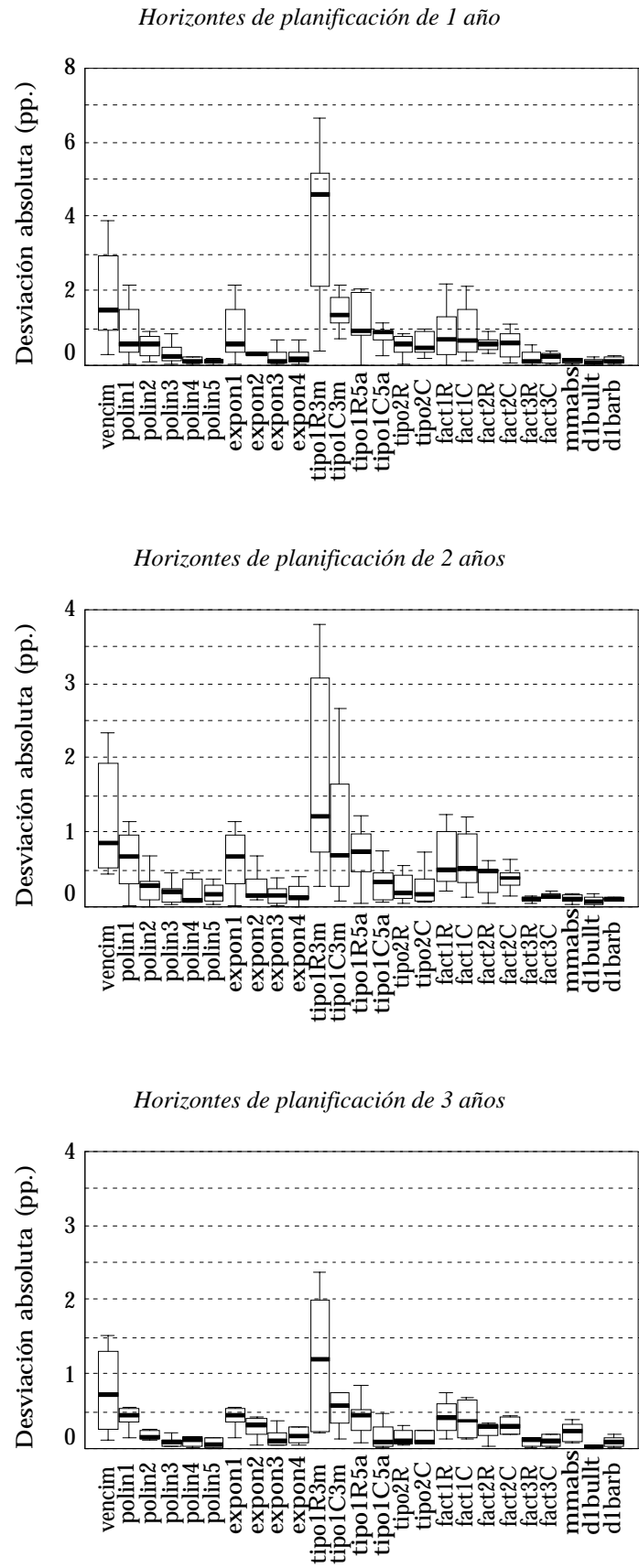
El estudio llevado a cabo en el apartado anterior ha desvelado varias cuestiones de interés. Por una parte, hemos podido comprobar que, en general, cuanto mayor es el número de fuentes de riesgo ante las que se inmuniza una cartera más cercana estará su rentabilidad del rendimiento objetivo. El hecho de que las excepciones a esta regla hayan provenido de las estrategias basadas en los dos modelos de duraciones paramétricas que consideran más de tres factores de riesgo, esto es, en las estrategias *polin4*, *polin5* y *expon4*, nos permite afirmar el número máximo de factores de riesgo para el cual el *trade-off* entre ventajas e inconvenientes de una estrategia más exigente es favorable es de tres.

Por otra parte, hemos observado que, en general, cuanto mayor es la amplitud del horizonte planificador menores son las desviaciones entre la rentabilidad efectiva y prometida, lo que constituye una prueba de que cuanto mayor es el periodo de mantenimiento de las carteras mayor es la posibilidad de que tengan lugar desplazamientos de la curva de tipos en un sentido y en el contrario que reducen, finalmente, el riesgo de la posición.

Por último, se ha destacado la importancia que los *gaps* de duración y los problemas de constitución de las carteras pueden tener en el éxito de un programa de inmunización. El aumento de los *gaps* y la aparición de dificultades a la hora de construir las carteras inmunizadas son elementos que deterioran los resultados de una estrategia de inmunización.

La pregunta relevante ahora es hasta qué punto el modelo elegido es también determinante del grado de inmunización. Para analizar esta cuestión, en la Figura 17 se han representado las cajas de las desviaciones absolutas entre la rentabilidad anual efectiva y prometida de las carteras construidas según cada estrategia para cada horizonte de planificación. Se ha exceptuado la estrategia *ingenua* por ofrecer unas desviaciones considerablemente mayores que las del resto de estrategias. Este hecho se muestra en la Tabla 3, en donde se recogen las medianas de estas desviaciones y el porcentaje que representan sobre las correspondientes a la estrategia de inmunización tradicional.

**Figura 17.** Capacidad inmunizadora de las diferentes estrategias para cada horizonte





**Tabla 3. Desviaciones absolutas de las diferentes estrategias (pp. y %)**

<i>Estrategia</i>	<i>H=1 año</i>		<i>H=2 años</i>		<i>H=3 años</i>	
	<i>Mediana</i>	<i>% polin1</i>	<i>Mediana</i>	<i>% polin1</i>	<i>Mediana</i>	<i>% polin1</i>
<i>ingenua</i>	9.594	1687.511	2.745	403.025	2.647	573.624
<i>vencim</i>	1.498	263.483	0.850	124.798	0.729	158.084
<i>polin1</i>	0.569	100.000	0.681	100.000	0.461	100.000
<i>polin2</i>	0.554	97.414	0.274	40.170	0.153	33.138
<i>polin3</i>	0.230	40.422	0.203	29.819	0.080	17.369
<i>polin4</i>	0.099	17.460	0.088	12.926	0.120	25.899
<i>polin5</i>	0.114	20.123	0.164	24.079	0.048	10.472
<i>expon1</i>	0.569	100.000	0.681	100.000	0.461	100.000
<i>expon2</i>	0.318	56.007	0.147	21.539	0.307	66.580
<i>expon3</i>	0.127	22.287	0.147	21.509	0.103	22.367
<i>expon4</i>	0.191	33.580	0.124	18.265	0.164	35.479
<i>tipo1R3m</i>	4.620	812.612	1.207	177.155	1.186	257.044
<i>tipo1R5a</i>	0.940	165.399	0.740	108.581	0.448	97.064
<i>tipo2R</i>	0.562	98.769	0.181	26.604	0.097	21.125
<i>tipo1C3m</i>	1.362	239.578	0.690	101.336	0.575	124.534
<i>tipo1C5a</i>	0.893	157.111	0.325	47.767	0.090	19.416
<i>tipo2C</i>	0.462	81.266	0.162	23.814	0.082	17.681
<i>fact1R</i>	0.685	120.387	0.501	73.568	0.418	90.672
<i>fact2R</i>	0.546	95.958	0.488	71.659	0.302	65.510
<i>fact3R</i>	0.108	18.981	0.104	15.272	0.115	24.946
<i>fact1C</i>	0.660	116.007	0.514	75.437	0.377	81.664
<i>fact2C</i>	0.579	101.759	0.393	57.760	0.293	63.524
<i>fact3C</i>	0.233	41.055	0.140	20.540	0.099	21.487
<i>mmabs</i>	0.137	24.134	0.111	16.224	0.228	49.436
<i>d1bullt</i>	0.089	15.625	0.079	11.561	0.026	5.717
<i>d1barb</i>	0.108	18.980	0.105	15.387	0.085	18.448

Centrándonos en el grupo de investigaciones que incorporan hasta un máximo de tres restricciones de duración, es posible afirmar que la peor capacidad inmunizadora corresponde a la estrategia *ingenua*. A ésta le sigue la *tipo1R3m*, esto es, la basada en el modelo de tipos óptimos con reestimaciones que inmuniza con respecto al tipo a 3 meses, después la estrategia de *vencimiento* y, tras ella, la *tipo1C3m*, que inmuniza con respecto al tipo a 3 meses en el modelo de tipos óptimos estimado para el conjunto del periodo. En todos estos casos, se trata de estrategias que ofrecen una menor inmunización que la estrategia tradicional, recogida en nuestras simulaciones por las estrategias *polin1* y *expon1*. Estas últimas vienen a dar unos resultados similares a los de las estrategias *fact1C* y *fact1R*, que inmunizan con respecto al factor de nivel del modelo de factores comunes, y la *tipo1R5a*, que ajusta la duración con respecto al tipo a 5 años según el modelo de tipos óptimos reestimado trimestralmente. Por su parte, la

estrategia *tipo1C5a* ofrece unos resultados significativamente más favorables que la estrategia de inmunización tradicional en los horizontes de dos y tres años.

Tras estas estrategias, ofreciendo unos mejores resultados, se situarían las carteras inmunizadas ante dos factores de riesgo, de entre las cuales destacan las *fact2C* y *fact2R* por sus resultados comparativamente peores en los horizontes de dos y tres años, y las *expon2*, cuyos resultados dependen crucialmente del horizonte que se considere.

Finalmente, procurando una mayor inmunización, tendríamos el conjunto de estrategias que inmunizan con respecto a tres fuentes de riesgo y que ofrecen unos resultados, en general, muy similares a los de las estrategias de mínima *M-Absoluta* (*mmabs*) y las carteras inmunizadas en el sentido tradicional con configuración bullet y barbell (*d1bullt* y *d1barb*). Lógicamente, el hecho de que ninguna de las estrategias basada en el modelo de tipos óptimos llegue a aparecer en este grupo pone de manifiesto que constituye un modelo insuficiente para ser la base de un programa de inmunización.

El mantenimiento en términos generales del orden de los distintos grupos de estrategias en los diferentes horizontes de planificación, el hecho de que el número de carteras construidas para cada horizonte según cada estrategia sea el mismo y, por último, la cuestión de que las desviaciones entre la rentabilidad efectiva y prometida se construyen a partir de tasas anualizadas, permiten que la Figura 18 ponga al descubierto las mismas conclusiones. En ella hemos representado las combinaciones de la mediana de las desviaciones y su desviación típica para cada estrategia tomando conjuntamente los datos de las carteras correspondientes a todos los horizontes de planificación.

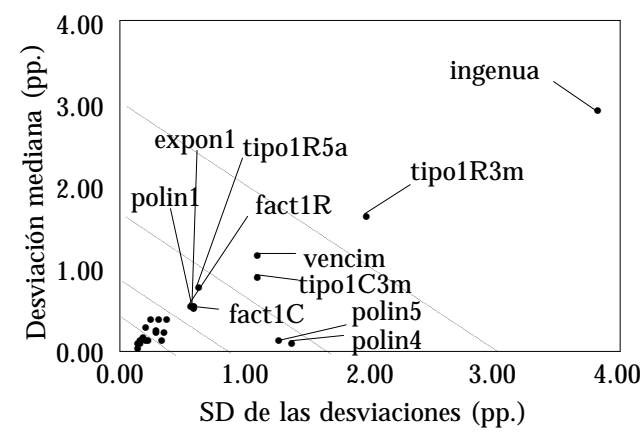
Como se observa en el primero de los gráficos de la Figura 18, podemos distinguir cinco grupos de estrategias en función de su capacidad para inmunizar (se han separado por líneas rectas).

De menor a mayor capacidad, el primer grupo lo formarían las estrategias *ingenua* y *tipo1R3m*, que presentan unas desviaciones en mediana superiores a 150 pb. y con una desviación típica superior casi a 200 pb.

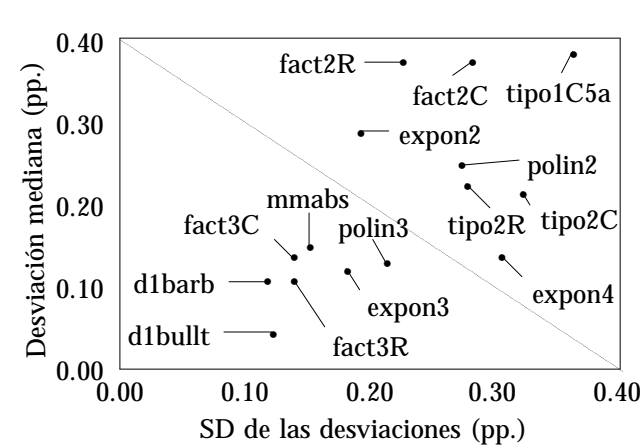
En el segundo grupo de estrategias, al igual que antes, se incluirían la estrategia de *vencimiento* y la *tipo1C3m*, que presentan una dispersión cercana a 100 pb. y unas medianas que siguen siendo muy altas, en el entorno de 100 pb.

**Figura 18.** Capacidad inmunizadora de las diferentes estrategias para el conjunto de los horizontes (pp.)

*Todas las estrategias*



*Mejores estrategias*



En el tercer grupo de estrategias encontraríamos, ofreciendo unos resultados muy parecidos, el resto de estrategias que inmunizan con respecto a un único factor con la única excepción de *tipo1C5a*, y las estrategias *polin4* y *polin5*. Estas dos últimas, tienen a su favor desviaciones medianas muy reducidas, comparables con las de las estrategias que mejores resultados ofrecen en nuestras simulaciones, pero una elevada dispersión fruto de sus malos resultados en los horizontes de dos y tres años.

El cuarto y quinto grupo de estrategias se detalla en el segundo de los gráficos de la Figura 18, en donde se observa claramente la separación existente entre las estrategias que inmunizan con respecto a dos fuentes de riesgo y las que inmunizan con respecto a tres. En el primero de ellos es, precisamente, donde se sitúa la estrategia *tipo1C5a* y se descuelga la última de las estrategias que inmuniza con respecto a más de tres fuentes de riesgo, la estrategia *expon4*. Mientras que las carteras *tipo1C5a* son las que ofrecen los peores resultados dentro de este grupo, pudiéndose así afirmar que se encuentran a medio camino entre los resultados de la generalidad de estrategias de un factor y de dos, las carteras *expon4* registran una desviación mediana similar a la de las estrategias con mayor éxito pero una dispersión de los resultados más de un 50% superior a la de éstas como consecuencia de las importantes dificultades detectadas en la constitución de las carteras.

En el último grupo de estrategias, en donde se integran la *d1bullt*, *d1barb*, *fact3R*, *fact3C*, *mmabs*, *expon3* y *polin3*, se combinan medianas reducidas, inferiores a 15 pb., y bajas desviaciones típicas, menores a 22 pb., para ofrecer una inmunización prácticamente perfecta. Los mejores resultados dentro de este grupo corresponden a las carteras *d1bullt* y *d1barb*, seguidas por las basadas en el modelo de factores comunes.

Esta ordenación desvela ciertas cuestiones de gran interés. En primer lugar, se aprecia claramente que para el conjunto de modelos analizados, más que el modelo multifactorial concreto que se emplee, lo relevante es el número de fuentes de riesgo ante las que se inmunizan las carteras. No obstante, como ya se ha anticipado, éstas no han de extenderse a más de tres, ya que de lo contrario surgen problemas a la hora de construir las carteras que eliminan la posibilidad de conseguir mejoras adicionales en el grado de inmunización.

En segundo lugar, la ordenación muestra que la estrategia de inmunización tradicional constituye un referente fácil de superar, no sólo por las estrategias más exigentes o con una estructura de cartera que favorece el logro de la inmunización, sino también por aquéllas que inmunizan frente a dos fuentes de riesgo. Además, entrando al

detalle de la ordenación que cabe establecerse dentro de cada grupo, se puede afirmar que las estrategias basadas en el modelo de factores comunes que inmunizan frente a su primer factor de riesgo ofrecen unos resultados no muy diferentes al de la estrategia de inmunización tradicional, ya que, de hecho, aquél toma la forma de un factor de nivel.

Si establecemos la comparativa con las estrategias basadas en las medidas de dispersión *M-Absoluta* y *M-Cuadrado*, la Figura 18 nos muestra que los resultados de las carteras de mínima *M-Absoluta* son superados las estrategias *d1bullt*, *d1barb*, *fact3R* y *fact3C*. A éstas habría que unir el resto de carteras correspondientes al quinto grupo si lo que buscamos es mejorar los resultados de las carteras inmunizadas con la duración tradicional y de *M-Cuadrado* nulo (*polin2*). Por tanto, entendemos que ni la estrategia de Fong y Vasicek (1984) ni la de Nawalkha y Chambers (1996) parecen ser las que garantizan las mayores cotas de inmunización. En este sentido, las carteras *polin2* se sitúan a un nivel medio entre el conjunto de estrategias que inmunizan ante dos factores de riesgo. Por su parte, las carteras *mmabs* se sitúan en un lugar más favorable que las *polin2*, concretamente dentro del grupo de carteras que inmunizan frente a tres fuentes de riesgo. Éste no deja de ser un buen resultado para una estrategia que controla únicamente el valor de un único indicador, la *M-Absoluta*.

Por último, nuestros resultados evidencian que las estrategias que inmunizan con respecto a tres fuentes de riesgo ofrecen unos resultados cercanos a las carteras inmunizadas según el modelo tradicional con estructura bullet y barbell, aún a pesar de que las primeras incorporaban un criterio de máxima diversificación. De ello podemos deducir que los modelos multifactoriales analizados que llegan a identificar tres factores de riesgo captan la suficiente variabilidad de la curva de tipos como para garantizar las cotas más altas de inmunización que pueden conseguirse en carteras diversificadas.

Si precisamos aún más esta última afirmación, podemos concluir que la estrategia multifactorial que ofrece el mayor grado de inmunización y se acerca en mayor medida a los resultados de las estrategias *d1bullt* y *d1barb* es la basada en el modelo con tres factores comunes. Si al buen *performance* de este modelo unimos el hecho de que, a diferencia del resto de modelos, los *gaps* informan de riesgos incorrelados, no cabe duda que nos encontramos con un modelo con excelentes propiedades para la gestión y la cuantificación de riesgos.

## 4. Conclusiones

En este trabajo hemos pretendido cubrir la carencia de evidencia relativa al funcionamiento de los modelos que gozan de mayor aceptación en el campo de la gestión de carteras de renta fija. La aplicación elegida combina un mercado (el mercado español de deuda pública) que ha experimentado drásticos movimientos en los tipos de interés en el periodo de referencia y una técnica (la inmunización) que tiene por objeto aislar la rentabilidad de las carteras de estos movimientos. Tal combinación conforma un marco de referencia de especial atractivo en donde evaluar los diferentes modelos.

Nuestros resultados evidencian que los peores resultados en materia de inmunización los registran las carteras *ingenuas*, de *vencimiento* y las inmunizadas con el modelo de tipos óptimos frente a un tipo a corto plazo. Mostrando una mayor capacidad inmunizadora tendríamos las estrategias basadas en los modelos exponencial, polinomial y de factores comunes con una única restricción sobre la primera duración de su vector de duraciones, las estrategias basadas en el modelo de tipos óptimos que restringen la duración con respecto al tipo a largo y las estrategias basadas en el modelo polinomial con cuatro y cinco restricciones. Seguidamente, se situarían las carteras inmunizadas con el modelo exponencial frente a sus cuatro fuentes de riesgo y las inmunizadas frente a dos fuentes de riesgo. Finalmente, mostrando la mayor capacidad inmunizadora se encontrarían las carteras inmunizadas frente a tres fuentes de riesgo, las carteras de mínima *M-Absoluta* y las dos carteras inmunizadas con la duración tradicional con estructura bullet y barbell.

De esta forma, cabe concluir que dentro del grupo de modelos de duraciones multifactoriales analizados el elemento que más discrimina los resultados es el número de fuentes de riesgo ante las cuales se inmunizan las carteras. Éstas, no obstante, no han de extenderse a más de tres, ya que entonces las mayores dificultades que se presentan a la hora de constituir y mantener las carteras redundan, si cabe, en un menor grado de inmunización.

Entre las estrategias de inmunización derivadas de los modelos multifactoriales, hay que destacar que los mejores resultados vienen de la mano del modelo de factores comunes, que sólo es superado por las carteras inmunizadas con la duración tradicional de estructura bullet y barbell.

De esta forma, se advierte que, en carteras diversificadas, el modelo de factores comunes constituye la alternativa más atractiva. En primer lugar por sus excelentes

resultados y, en segundo lugar, por el hecho de que el riesgo explícito en el modelo proviene de fuentes incorreladas. Por supuesto, queda margen para la mejora del mismo si el marco de referencia se traslada a la gestión activa y a la cuantificación de riesgos. En este caso, es necesario incorporar elementos dinámicos al modelo de factores comunes que permitan extraer predicciones de la volatilidad condicional de los factores de riesgo. El trabajo que actualmente estamos desarrollando discurre por esta vía.

## Referencias bibliográficas

- Bank for International Settlements (1996): Overview of the amendment to the Capital Accord to incorporate market risks, Basle Committee on banking supervision, Basilea.
- Barber, J.R. y M.L. Copper (1996): "Immunization using principal component analysis", *Journal of portfolio management*, verano, pp. 99-105.
- Barrett, W., T. Gosnell y A. Heuson (1995): "Yield curve shifts and the selection of immunization strategies", *Journal of fixed income*, septiembre, pp. 53-64.
- Bierwag, G.O., Fooladi, I., y Roberts, G.S. (1993): "Designing an immunized portfolio: Is M-squared the key?", *Journal of banking and finance*, vol. 17, 6, pp. 1147-1170.
- Bliss, R.R. (1997): "Movements in the term structure of interest rates", *Economic review*, FRB of Atlanta, cuarto trimestre, pp. 16-33.
- Chambers, D.R. y W.T. Carleton (1988): "A generalized approach to duration". En A.H. Chen (ed.): *Research in finance*, vol.7, JAI Press, Greenwich.
- Chambers, D.R., Carleton, W.T. y R.W. McEnally (1988): "Immunizing default-free bond portfolios with a duration vector", *Journal of finance and quantitative analysis*, vol. 23, 1, pp. 89-104.
- Chambers, D.R., W.T. Carleton y D.W. Waldman (1984): "A new approach to estimation of the term structure of interest rates", *Journal of financial and quantitative analysis*, vol. 19, 3, pp. 233-252.
- Cooper, I.A. (1977): "Asset values, interest-rate changes, and duration", *Journal of finance and quantitative analysis*, vol. 12, diciembre, pp. 701-723.
- D'Ecclesia, R.L. y S.A. Zenios (1994): "Risk factor analysis and portfolio immunization in the Italian bond market", *Journal of fixed income*, septiembre, pp. 51-58.
- Elton, E.J., M.J. Gruber y R. Michaely (1990): "The structure of spot rates and immunization", *Journal of finance*, vol. 45, 2, pp. 629-642.
- Falkenstein, E. y J. Hanweck (1997): "Minimizing basis risk from non-parallel shifts in the yield curve. Part II: Principal components", *Journal of fixed income*, vol 7, nº 1, pp. 85-90.
- Fong, H.G. y O.A. Vasicek (1984): "A risk minimizing strategy for portfolio immunization", *Journal of finance*, vol. 39, 5, pp. 1541-1546.
- Fooladi, I. y G.S. Roberts (1992): "Bond portfolio immunization: Canadian test", *Journal of economics and business*, vol. 44, 1, pp. 3-17.



- Gómez, I. (1999): Aproximación al riesgo de precio de un activo de renta fija a través de un modelo de duración multifactorial paramétrico, VII Foro de finanzas, Valencia.
- Gómez, I. y A. Novales (1997): "Estrategias de inmunización ante posibles desplazamientos en la estructura temporal", *Análisis financiero internacional*, diciembre-enero, pp. 15-39.
- Gómez, I. y A. Novales (1999): Inmunización de una cartera de renta fija con un modelo de duración multifactorial, Universidad Complutense de Madrid, Documento de trabajo, 38 pp.
- Hill, C.F.H. y S. Vaysman (1998): "An approach to scenario hedging", *Journal of portfolio management*, vol. 24, nº 2, pp. 83-92.
- Ho, T.S.Y, M.Z.H. Chen y F.H.T. Eng (1996): "VaR analytics: Portfolio structure, key rate convexities, and VaR betas", *Journal of portfolio management*, vol. 23, nº 1, pp. 89-98.
- Ho, T.S.Y. (1992): "Key rate durations: Measures of interest rate risks", *Journal of fixed income*, septiembre, pp. 29-44.
- Kahn, R.N. y D. Gulrajani (1993): "Risk and return in the Canadian bond market", *Journal of portfolio management*, primavera, pp. 86-93.
- Kahn, R.N. y R. Lochoff (1990): "Convexity and exceptional return", *Journal of portfolio management*, invierno, pp. 43-47.
- Lacey, N.J. y S.K. Nawalkha (1993): "Convexity, risk and returns", *Journal of fixed income*, diciembre, pp. 72-79.
- Litterman, R. y J. Scheinkman (1991): "Common factors affecting bond returns", *Journal of fixed income*, junio, pp. 54-61.
- McCulloch, J.H. (1971): "Measuring the term structure of interest rates", *Journal of business*, vol. 44, 1, pp. 19-31.
- McCulloch, J.H. (1975): "The tax-adjusted yield curve", *Journal of finance*, vol. 30, 3, pp. 811-830.
- Mina, J. (1999): "Improved cashflow map", The RiskMetrics Group.
- Navarro, E. y J.M. Nave (1995): "Análisis de los factores de riesgo en el mercado español de deuda pública", *Cuadernos aragoneses de economía*, vol. 5, 2, pp. 331-341.
- Navarro, E. y J.M. Nave (1997): "A two-factor duration model for interest rate risk management", *Investigaciones económicas*, vol. 21, 1, pp. 55-74.
- Navarro, E. y J.M. Nave (2001): "The structure of spot rates and immunization: Some further results", *Spanish economic review*, 3, págs. 273-294.

- Nawalkha, S.K. y D.R. Chambers (1996): "An improved immunization strategy: M-Absolute", Financial analysts journal, septiembre/octubre, pp. 69-76.
- Nawalkha, S.K. y D.R. Chambers (1997): "The M-vector model: Derivation and testing of extensions to M-square", Journal of portfolio management, invierno, pp. 92-98.
- Nelson, C.R. y A.F. Siegel (1987): "Parsimonious modeling of yield curves", Journal of business, vol. 60, 4, pp. 473-489.
- Nelson, J. y S.M. Schaefer (1983): "The dynamics of term structure and alternative portfolio immunization strategies". En G. G. Kaufman, G.O. Bierwag, y A. Toevs (ed.): Innovations in bond portfolio management, JAI Press, Greenwich.
- Núñez, S. (1995): "Estimación de la estructura temporal de los tipos de interés en España. Elección entre métodos alternativos", Banco de España, Documento de trabajo 9522, Madrid.
- Paroush, J. y E.Z. Prisman (1997): "On the relative importance of duration constraints", Management Science, vol. 43, nº 2, pp. 198-205.
- Prisman, E.Z. y M.R. Shores (1988): "Duration measures for specific term structure estimations and applications to bond portfolio immunization", Journal of banking and finance, vol. 12, 3, pp. 493-504.
- Reitano, R.R. (1992): "Non-parallel yield curve shifts and immunization", Journal of portfolio management, primavera, pp. 36-43.
- Reitano, R.R. (1996): "Non-parallel yield curve shifts and stochastic immunization", Journal of portfolio management, invierno, pp. 71-78.
- RiskMetrics (1996): Riskmetrics: Technical document. Cuarta edición.
- Sherris, M. (1995): "Interest rate risk factors in the Australian bond markets", 5th. AFIR International colloquium, vol. 2, pp. 859-869.
- Soto, G.M. (2001a): "Immunization derived from a polynomial duration vector in the Spanish bond market", Journal of banking and finance, vol. 25, nº 6, pp. 1037-1057.
- Soto, G.M. (2001b): "Modelos de inmunización de carteras de renta fija", Revista de Economía Aplicada, vol. IX, nº 26, pp. 57-93.
- Soto, G.M. (2002): "La inmunización financiera: Evaluación de diferentes estructuras de cartera", WP-EC 2002-03, Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas, Valencia.
- Steeley, J.M. (1990): "Modelling the dynamics of the term structure of interest rates", Economic and social review, vol. 21, 4, pp. 337-361.

- Svensson, L.E.O. (1994): "Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994", mimeo, Institute for International Economic Studies, junio.
- Willner, R. (1996): "A new tool for portfolio managers: level, slope and curvature durations", Journal of fixed income, junio, pp. 48-59.